



FREIE UNIVERSITÄT BOZEN

LIBERA UNIVERSITÀ DI BOLZANO

UNIVERSITÀ LIEDIA DE BULSAN

Brixen

Bressanone

Perseon

Fakultät für Bildungswissenschaften

Facoltà di Scienze della Formazione

Facoltà de Sciënza dla Formazion

**FREIE UNIVERSITÄT BOZEN  
FAKULTÄT FÜR BILDUNGSWISSENSCHAFTEN**

**Laureatsstudiengang  
Bildungswissenschaften für den Primarbereich**

**Zum Stand mathematischer Lernumgebungen  
in Kindergärten  
des Kindergartensprengels Brixen**

**Betreuerin**

Prof. Dr. Ursula Carle

**eingereicht von**

Sabina Fischnaller

**Schlagworte:** Mathematische Bildung im Kindergarten, Lernumgebung,  
Professionalisierung der Frühpädagoginnen

**Session: II**

**Akademisches Jahr: 2011/12**

„Forschen heißt Suchen  
und im glücklichen Fall Finden von Informationen,  
Problemlösungen, neuen Erkenntnissen und Verfahrensweisen“  
(Bönsch 2002, S. 102).

**Mein allerherzlichster Dank für die vielfältige Unterstützung gilt**

meiner fast immer geduldigen Familie,  
meiner akademischen Betreuerin Frau Prof. Dr. Ursula Carle,  
meinen Vorgesetzten und Kolleginnen im Kindergartensprengel Brixen,  
meinen Mitarbeiterinnen und meinem Mitarbeiter im Kindergartenteam.

DANKE!

## **Abstract**

Die Laureatsarbeit beschreibt eine Auseinandersetzung mit den gestiegenen Anforderungen an die pädagogischen Fachkräfte durch die Veränderungen des Kindergartens von einer sozialpädagogischen Einrichtung zu einer Bildungseinrichtung, begründet den Vorteil einer mathematischen Lernumgebung im Rahmen des aktuellen Bildungsauftrags und liefert kompakt, fachliches Grundlagenwissen zur Unterstützung mathematischer Kompetenzen bei Kindern. Außerdem prüft eine theoretische und praktische Auseinandersetzung mit aktuellen Konzepten für frühe mathematische Bildung den möglichen Einsatz dazugehöriger Methoden und Materialien in einer mathematischen Lernumgebung und nennt Anregungen daraus, die bei der Einrichtung derselben helfen können.

Eine empirische Studie zu strukturell/materiellen Gegebenheiten von mathematischen Lernumgebungen in Kindergärten und fachdidaktischen Voraussetzungen bei pädagogischen Fachkräften des Kindergartensprengels Brixen rundet die Arbeit ab und zeigt am Ende exemplarisch einen möglichen Weg der Unterstützung mathematisch-didaktischer Professionalisierung von pädagogischen Fachkräften. Auch gibt eine Checkliste Orientierung bei der strukturellen und inhaltlichen Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung.

# Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	8
Einleitung.....	11
<b>1. Bildungsphilosophie und neue Anforderungen an die pädagogischen Fachkräfte .....</b>	<b>14</b>
1.1 Der Kindergarten, eine Institution im neuen Kleid.....	15
1.2 Das Bild vom Kind .....	18
1.3 Neue Erwartungen an die pädagogische Fachkraft.....	19
1.4 Forschungsergebnisse und ihre Aufforderung zur Professionalisierung .....	20
1.5 Aufgaben der Lernbegleiterin.....	21
<b>2. Gestaltung von Lernorten im Kontext früher Bildung .....</b>	<b>23</b>
2.1 Handlungsleitende Prinzipien für die Organisation von Lernprozessen aus den Rahmenrichtlinien .....	24
2.2 Die Bedeutung der Räume für die frühe Bildung .....	27
2.3 Begriffsbestimmung Lernumgebung .....	31
2.4 Neurowissenschaftliche Erkenntnisse und Konsequenzen für die Materialauswahl in der mathematischen Lernumgebung .....	33
2.5 Vorteile einer mathematischen Lernumgebung .....	36
2.6 Bedingungsfaktoren für die Unterstützung mathematischer Denkweisen bei Kindern durch pädagogische Fachkräfte .....	41
<b>3. Fachliche Grundlagen zur Unterstützung elementarer, mathematischer Bildung .....</b>	<b>44</b>
3.1 Eine neue Sichtweise von Mathematik.....	46
3.1.1 Mathematik als Tätigkeit .....	50
3.1.2 Mathematik als Denkart.....	51
3.1.3 Mathematik als Wissenschaft von schönen Mustern und nützlichen Strukturen.....	53
3.1.4 Mathematik als Entdeckung.....	54
3.1.5 Mathematik als neue Herausforderung für die Frühpädagogik .....	55

3.2	Curriculare Inhalte für mathematische Bildung im Kindergarten .....	56
3.2.1	Das Bildungsfeld Mathematik in den Rahmenrichtlinien.....	59
3.2.2	Methodische Hinweise in den Rahmenrichtlinien .....	61
3.3	Piagets Theorie zur kognitiven Entwicklung.....	63
3.4	Die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten in verschiedenen Kompetenzbereichen .....	66
3.4.1	Sortieren und Klassifizieren.....	67
3.4.2	Muster und Reihenfolgen.....	68
3.4.3	Größen und Messen- Zeit .....	69
3.4.4	Raum und Form .....	72
3.4.5	Mengen, Zahlen, Ziffern.....	75
3.4.5.1	Die Entwicklung numerischer Bewusstheit .....	78
3.4.5.2	Zählen lernen.....	80
3.4.5.2.1	Die Zählprinzipien.....	81
3.4.5.2.2	Phasen in der Zählentwicklung .....	82
3.4.5.2.3	Entwicklung des Teile- Ganzes - Konzepts.....	84
3.4.5.2.4	Simultanerfassung (Subitizing) und strukturierte Anzahlerfassung .....	85
3.4.5.2.5	Zahlaspekte.....	86
3.4.6	Graphische Darstellung, Statistik, Wahrscheinlichkeit.....	87
3.5	Vorläuferfertigkeiten für ein erfolgreiches Mathematiklernen in der Grundschule.....	88

#### **4. Konzepte für frühe mathematische Bildung und ihre Anregungen**

	<b>für die Gestaltung einer mathematischen Lernumgebung .....</b>	<b>91</b>
4.1	Didaktische Konzepte für frühe mathematische Bildung .....	93
4.2	Hochwertige Konzepte für mathematisches Lernen durch arrangiertes Spiel im Alltag.....	96
4.3	Beschreibung und Einschätzung von Konzepten für mathematische Bildung ..	97
4.3.1	Montessorimaterialien .....	98
4.3.2	MATHEKINGS- junge Kinder fassen Mathematik an.....	101
4.3.3	Die „mathe 2000“ Frühförderung .....	104
4.3.4	„Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge“ (Lee 2010).....	107

4.3.5	MATHElino .....	110
4.4	Zusammenfassende Bemerkungen und Positionierung .....	112

**Empirische Forschung.....114**

**5. Die Formulierung der Forschungsfragen und Forschungshypothesen 115**

5.1	Die Forschungsfrage .....	116
5.2	Hypothesen .....	117
5.3	Das Forschungsfeld .....	119

**6. Wahl und Beschreibung der Forschungsmethoden .....119**

6.1	Instrumente/Verfahren .....	120
6.2	Die schriftliche Befragung im Kindergartensprengel Brixen .....	121
6.2.1	Stichprobe und Grundgesamtheit.....	122
6.2.2	Vorstellung des Fragebogens.....	123
6.2.3	Die Durchführung der Untersuchung und Methode der Auswertung	125
6.2.4	Darstellung und Beschreibung der Ergebnisse .....	126
6.2.5	Zusammenfassung der Ergebnisse und Interpretation .....	153
6.2.6	Überprüfung der Hypothesen und offene Fragen .....	157
6.3	Die qualitative Forschung in fünf Kindergärten .....	158
6.3.1	Das Interview und die Fotodokumentation.....	159
6.3.2	Planung, Durchführung und Auswertung der Untersuchung.....	161
6.3.2.1	Die Besuche in den Kindergärten .....	162
6.3.2.2	Zusammenfassungen und Kernaussagen aus fünf Interviews....	172
6.3.2.3	Interpretationen der Kernaussagen.....	182
6.3.2.4	Darstellung der Ergebnisse mit Hilfe der Vorüberlegungen .....	185
6.3.3	Überprüfung der Hypothesen und offene Fragen .....	188
6.4	Die Forschungen in den Werkkreistreffen.....	191
6.4.1	Forschungsziele und Wahl der Methoden.....	191
6.4.2	Die videobasierte, teilnehmende Beobachtung.....	192
6.4.3	Die Stichprobe .....	193
6.4.4	Rahmenbedingungen für die Materialerkundung im Werkkreis.....	194
6.4.5	Materialauswahl.....	195

6.4.6	Kriterien zur Einschätzung von Voraussetzungen pädagogischer Fachkräfte für Lernbegleitung .....	197
6.4.7	Durchführung der Materialerkundung .....	200
6.4.8	Beobachtungen und Interpretation.....	201
6.4.9	Zusammenfassung der Ergebnisse .....	210
6.4.10	Darstellung der Ergebnisse aus der Kurzbefragung.....	211
6.4.11	Wünsche und Erwartungen der pädagogischen Fachkräfte .....	215
6.4.12	Zusammenschau und Hypothesenprüfung .....	219
<b>7.</b>	<b>Zusammenfassung der Ergebnisse, Diskussion und Ausblick.....</b>	<b>221</b>
7.1	Zusammenschau, Interpretation und Diskussion der Forschungsergebnisse...	222
7.2	Maßnahmen zur Professionalisierung der pädagogischen Fachkräfte im Kindergartensprengel Brixen.....	240
7.3	Erste Skizze von Checklisten zur Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung .....	244
7.4	Empfehlenswerte Literatur für pädagogische Fachkräfte .....	252
<b>8.</b>	<b>Abschließende Gedanken .....</b>	<b>255</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>256</b>
	<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>265</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>267</b>
	<b>Anhang.....</b>	<b>269</b>
	<b>Erklärung .....</b>	<b>287</b>

## Vorwort

*Die Mathematik ist das Tor zur Naturwissenschaft,  
und dieses Tor ist so niedrig und klein,  
dass man nur als kleines Kind hinein gelangen kann.*

William K. Clifford (1845-1879)

Mathematische Bildung im Kindergarten gezielt zu praktizieren scheint in Südtirols Kindergärten erst im Aufbau zu sein. Die meisten Kolleginnen versetzt das Thema meiner Diplomarbeit in skeptisches Staunen, und bei einer Fortbildung zum Thema Schulfähigkeit im Kindergartensprengel Brixen im Herbst 2011 haben nur zwei von etwa fünfzig Pädagogischen Fachkräften mathematisches Grundwissen als wichtige Fähigkeiten eines guten Schulstarts genannt. Auch bei vielen Eltern scheint die frühe Unterstützung mathematischer Fähigkeiten, im Gegensatz zur Förderung früher Sprachfertigkeiten, noch nicht als unterstützenswert im Bewusstsein angekommen zu sein.

Meine Motivation zum Thema mathematische Bildung mit Schwerpunkt Lernumgebung und Stand der pädagogischen Praxis in Kindergärten des Sprengels Brixen zu forschen, hat mehrere Gründe:

Erstens spielt Lernraumgestaltung seit der Ausbildung zur Montessoripädagogin (2000-2002) eine zentrale Rolle in meinem pädagogischen Handeln, zweitens wird, ausgelöst durch die Veröffentlichung der Rahmenrichtlinien für den Kindergarten in Südtirol (2008) landesweit ein neuer Bildungsplan implementiert, der viele Forderungen zur Weiterentwicklung an pädagogische Fachkräfte stellt, und drittens ist durch das sprengelinterne Projekt „Offenheit und Öffnung als Wesensmerkmale unserer Gesellschaft“ der Aspekt der optimalen Gestaltung der Lern- und Lebensräume für alle pädagogischen Fachkräfte im Sprengel Brixen in den Fokus des Arbeitsauftrags gerückt. Nicht zuletzt ist mathematische Bildung im Kindergarten ein Inhalt, der mich seit längerer Zeit (auch durch Lernanlässe an der Universität; etwa angestoßen durch Prof. Weinhäupl, Prof. Zimmer, Prof. Carle) fasziniert, und ich merke, dass eine gründliche Auseinandersetzung nottut, um die angestrebte, fundierte Professionalität zu erwerben.



Im Zuge der Laureatsarbeit ist durch die tiefe Auseinandersetzung und meine vielfältige Praxiserfahrung in mir die ehrgeizige Idee geboren, Fachfrau für frühe mathematische Bildung zu werden und meine Kenntnisse und Erfahrungen nach Möglichkeit anderen pädagogischen Fachkräften in unserem Sprengel zur Verfügung zu stellen.

Mein Anspruch an diese Arbeit liegt deshalb auch darauf, mein Suchen und meinen eigenen Verstehensprozess auf dem Weg zu den Voraussetzungen einer professionellen Lernbegleitung in mathematischen Lernumgebungen möglichst nachvollziehbar zu gestalten, um anderen pädagogischen Fachkräften in unserem Sprengel empathisch das nötige Wissen für die eigene fachliche Weiterentwicklung im Bildungsbereich Mathematik zugänglich zu machen und die Lust auf eigene Professionalisierung zu wecken.

Lernen zu können

und sich in einen Sachverhalt immer weiter vor- und hineinarbeiten zu können ist anstrengend, reizvoll und beglückend zugleich.

Ich hoffe, mein Weg wird gelingen.

Die Wahl der akademischen Betreuerin fiel auf Prof. Dr. Ursula Carle, da ich durch sie bereits im ersten Studienjahr erkannte, dass sich Forschung, Theorie und Praxis wunderbar befruchten und so Weiterentwicklung geradezu zwingend und auch lustvoll ist.

Die positive, prozessorientierte Veränderung aus der Aktionsforschung im 1. Studienjahr zum Thema „Mathematische Lernumgebung im Montessorikindergarten, Museumsstück oder Aktionsbereich“ war für mich in den letzten drei Jahren als Leiterin des Montessorikindergartens Kinderdorf Ansporn, Veränderungen systematisch einzuleiten und dabei für Kinder, Eltern und Mitarbeiter/innen interessante Entwicklungsmöglichkeiten anzuregen.

Das motivierende Erlebnis am Anfang hat mich, neben den unterschiedlichen „Selbst-Coaching-Kompetenzen“, die ich durch Prof. Dr. Georg Gombos erwerben konnte, so manchen Durchhänger im Studium, bei der Arbeit und im Privatleben souverän überstehen lassen.

In vorliegender Arbeit verwende ich den Begriff „pädagogische Fachkräfte“ für Kindergärtnerinnen und Pädagogische Mitarbeiterinnen im Kindergarten, obwohl ich mich nicht gerne mit dieser Bezeichnung identifiziere. Allerdings bietet der Begriff den Vorteil geschlechterneutral zu sein und so die vereinzelt männlichen Frühpädagogen einzuschließen.

Der Ausdruck „Kindergartenpädagogin“ oder „Kindergartenlehrerin“, wie dies auch in italienischen oder Schweizer Kindergärten üblich ist, würde der neuen Bildungsphilosophie meiner Meinung nach eher entgegenkommen.

Gerne würde ich dazu anregen und wünschen, dass sich alle Kindergartenfachkräfte so weit entwickeln könnten, dass auch sie die Qualifikation einer Pädagogin für den Elementarbereich erreichen. Dann wäre neben dem Begriffsproblem auch so mancher, durch nicht mehr zeitgemäße Ausbildung bzw. mangelnde Weiterbildung verursachte Missstand in den Kindergärten gelöst.

## Einleitung

Der Bildungsauftrag hat die Erwartungen an die Professionalität der pädagogischen Fachkräfte erhöht. Das Bild des Kindes als forschendes Wesen, das sein Wissen konstruiert, verlangt kompetente Lernraumgestaltung und stellt hohe Anforderungen an die Gestaltung von Bildungsprozessen.

Für viele Fachkräfte ist das Bildungsfeld „Mathematik“ noch eine besondere Herausforderung, weil der Kindergarten bis vor kurzer Zeit eine sozialpädagogische Einrichtung war und das Personal kaum über eine gezielte fachdidaktische Ausbildung verfügt.

Im Rahmen der frühen mathematischen Bildung spielen jedoch gezielte Lernraumgestaltung, Auswahl und Arrangement der Materialien und Fachwissen für die gelingende Unterstützung der Bildungsprozesse eine große Rolle.

Die nötigen Kompetenzen für professionelles Handeln scheinen bei pädagogischen Fachkräften im Kindertagesbereich Brixen aufgrund erster Gespräche und Beobachtungen von meiner Seite noch kaum da zu sein. Bekräftigt wird die Vermutung auch dadurch, dass es laut Forschungsergebnissen in anderen Ländern ähnlich aussieht.

Der Schweizer Mathematikdidaktiker Kurt Hess (2012) unterstützt mit seiner Erfahrung und provokanten Aussage meine eigenen Vermutungen: „Erzieherinnen bzw. Kindergartenlehrkräfte haben keinen genügend klaren Auftrag oder wenig gesichertes Wissen bezüglich mathematischer Vorläuferfertigkeiten und der Gestaltung des Fachunterrichts, der zur Lernkultur des Kindergartens passt“ (Hess 2012, S.14).

Auch Thiel (2010) zeigt mit seinen Forschungsergebnissen zur Struktur, Orientierungs- und Prozessqualität in Berliner Kindergärten, dass pädagogische Überzeugungen der Fachkräfte einen großen Einfluss auf die Kompetenzentwicklung der Kinder haben und leitet daraus die Forderung nach einer besseren Ausbildung der Erzieherinnen ab (vgl. Thiel 2010, Mathematische Bildung in Berliner Kindergärten).

Ebenso für eine fundierte fachliche Weiterbildung sprechen die Ergebnisse im Rahmen der EPPE-Studie (1997-2002) und deren Folgestudien. Sie nennen als Indikatoren für

eine gute Fremdbetreuung unter anderem eine höhere Qualifikation des Personals und „ein hochwertiges pädagogisches Angebot in Bereichen wie Sprachentwicklung, kognitive Förderung, Mathematik und Literacy“ (Textor 2002, <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1615>).

Damit ist für mich offensichtlich geworden: Der Weg zu guter mathematischer Bildung in Kindergärten des Sprengels Brixen muss in erster Linie über fachdidaktische Ausbildung bzw. gezielte, zeitlich zu bewältigende Weiterbildungsmaßnahmen der pädagogischen Fachkräfte gehen.

Die gründliche Auseinandersetzung mit fachdidaktischer Literatur im ersten Teil dieser Laureatsarbeit ist ein Schritt, bei mir selbst mit der Professionalisierung zu beginnen und die empirische Forschung im zweiten Teil soll den tatsächlichen Unterstützungsbedarf der Fachkräfte für die Durchführung von professioneller, mathematischer Bildung klären, damit abschließend ein Konzept der Unterstützung geplant werden kann.

Deshalb geht es im ersten Kapitel um Veränderungen, die zu neuen Erwartungen an die pädagogischen Fachkräfte geführt haben, im zweiten Kapitel um die Klärung der Fragen und Erkenntnisse, die im Zusammenhang mit Lernortgestaltung auftauchen und im dritten Kapitel um das Fachwissen, das für eine Unterstützung mathematischer Bildung in einer Lernumgebung nötig ist. Eine Sichtung und Einschätzung von didaktischen Konzepten als Hilfen für die Gestaltung einer mathematischen Lernumgebung im vierten Kapitel rundet die theoretische Auseinandersetzung ab.

Die empirische Studie zu strukturell/materiellen Gegebenheiten von mathematischen Lernumgebungen in Kindergärten und fachdidaktischen Voraussetzungen für angemessene Begleitung mathematischer Bildung bei pädagogischen Fachkräften des Kindergartensprengels Brixen bildet in Kapitel fünf und sechs den zweiten großen Abschnitt.

In Kapitel sieben werden die Ergebnisse der Studie zusammengefasst und diskutiert. Ein aus den Ergebnissen abgeleiteter Entwicklungsplan zur Unterstützung mathematisch-

didaktischer Professionalisierung von pädagogischen Fachkräften im Kindergartensprengel Brixen zeigt einen Weg auf, um dem Bildungsauftrag im Bereich „Mathematik“ gerecht zu werden.

Außerdem steht am Ende der Arbeit, als Ergebnis der umfangreichen theoretischen und praktischen Auseinandersetzung, eine Checkliste, die für die pädagogischen Fachkräfte in den Kindergärten bei der Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung hilfreich sein kann.

## **1. Bildungsphilosophie und neue Anforderungen an die pädagogischen Fachkräfte**

Mit dem Bildungsgesetz vom Juli 2008 hat der Südtiroler Landtag den Kindergarten vollwertig im Bildungssystem verankert und ist seither die erste, institutionalisierte Stufe im Südtiroler Bildungssystem. Durch die konzeptionelle Wandlung von einer sozialpädagogischen Einrichtung in eine Bildungseinrichtung hat der Kindergarten als Institution bildungspolitisch an Bedeutung gewonnen. Die Rolle des Kindergartens als Fundament in den einzelnen Bildungsbiographien ist seither auch der breiten Öffentlichkeit bewusster.

An europäische und internationale Entwicklungen anknüpfend hat der Kindergarten in Südtirol als erste Stufe im Bildungssystem neben den Aufgaben der Erziehung und Betreuung einen klaren Bildungsauftrag, der im neuen Bildungsplan beschrieben ist.

Die Rahmenrichtlinien für den Kindergarten in Südtirol, welche das Schulamt in Bozen im Dezember 2008 herausgegeben hat, bieten allen an der kindlichen Bildung Beteiligten mit der zugrunde liegenden Philosophie, den Zielen und Bildungsfeldern eine Orientierung, die ihnen bei der bestmöglichen Unterstützung kindlicher Bildung hilft.

Für die pädagogischen Fachkräfte vor Ort bedeutet diese konzeptionelle Veränderung eine intensive Auseinandersetzung mit ihrem Selbstverständnis und die Notwendigkeit sich Kompetenzen anzueignen, die in der Grundausbildung nicht vorgesehen waren, nun aber für eine qualitativ hochwertige Lernbegleitung der zweieinhalb bis sechsjährigen Jungen und Mädchen unverzichtbar sind. Die Ziele in den einzelnen Bildungsfeldern der Rahmenrichtlinien sind zwar klar dargestellt, die praktischen Handlungsanleitungen fehlen aber weitgehend und so fühlen sich viele Fachkräfte überfordert.

Es gibt im deutschsprachigen Raum zwar allerlei Literatur zu Theorie und Praxis der verschiedenen, eher neuen Bildungsschwerpunkte in den Rahmenrichtlinien; so auch für das Bildungsfeld Mathematik. Aber zu dieser Auseinandersetzung müssen pädagogische Fachkräfte, die im Beruf stehen, erst einmal Zeit finden. Zudem ist es in der Fülle der Angebote schwierig den Durchblick zu gewinnen und das Nützliche vom Überflüssigen zu trennen.

Einzelne engagierte Fachkräfte haben sich bereits selbständig auf den Weg des Forschens gemacht und erproben auf eigene Faust Neues. Leider finden momentan noch viele dieser erfolgreichen Versuche nicht den Weg zu anderen, suchenden Kolleginnen. Deshalb ist es gut, dass in unserem Sprengel nun verschiedene Foren entstanden sind, in denen

fachlicher Austausch zu Praxisthemen in Verbindung mit dem neuen „Bildungsplan“ erfolgen kann. Engagierte pädagogische Fachkräfte aus dem Sprengel Brixen bereiten diese Treffen vor und moderieren die Prozesse. Nicht immer bedarf es der Fachleute von außen, um Professionalisierung in Gang zu bringen.

## **1.1 Der Kindergarten, eine Institution im neuen Kleid**

Nun sind die Leserinnen und Leser vielleicht neugierig geworden und fragen sich, aufgrund welcher wissenschaftlichen Erkenntnisse und gesellschaftlichen Entwicklungen der Kindergarten seine neue Identität erhalten hat.

Zum einen hat die Kindheitsforschung der letzten Jahrzehnte ein neues Bild vom Kind als forschendem Wesen, welches Bildung von Anfang an betreibt, etabliert und zum anderen haben die Ergebnisse der PISA- Studie vom Jahr 2000 bei den Verantwortlichen für Bildung eine Qualitätsdiskussion sowie ein vertieftes Hinschauen auf Bedingungen guter Bildung für alle Kinder notwendig gemacht.

Aus dieser Qualitätsdiskussion ist dann, die im deutschen Sprachraum sehr intensiv geführte Bildungsdiskussion entbrannt, die zu einer Neudefinition des Bildungsbegriffs, zu Reformen und allerorts zur Herausgabe von neuen Rahmen- bzw. Bildungsplänen für alle Schulstufen geführt hat.

Meines Erachtens scheint bei uns im Kindergartensprengel Brixen unter dem pädagogischen Fachpersonal nach einer Phase tiefer Verunsicherung zurzeit eine erste Beruhigung bzw. Anfreudung mit dem „Neuen“ eingetreten zu sein und vielleicht ist auch die heimliche Hoffnung aufgeflammt, jetzt durch die Rahmenrichtlinien endlich die richtige „Medizin“ für die Herausforderung Zukunftsvorbereitung der heranwachsenden Generation gefunden zu haben. Was noch aussteht und Kopfzerbrechen verursacht, ist nun das „Wie“, die praktische Umsetzung dieser Rahmenplanung.

Wissenschaftliche Erkenntnisse über die Bedeutsamkeit der Bildungserfahrungen in der frühen Kindheit, aber auch die sich rasant verändernden Lebensbedingungen, die andere Fähigkeiten von Heranwachsenden und Erwachsenen verlangen, machen ein Nachdenken über eine Veränderung von Bildungszielen, Lehr/Lernformen und didaktischen Hilfsmitteln notwendig.

In den Rahmenrichtlinien für den deutschen Kindergarten in Südtirol steht zum neuen Bildungsverständnis bedeutungsschwer:

„Bildung und Lernen sind in einer sich wandelnden Gesellschaft offene, lebenslange Prozesse.

In den ersten sechs Lebensjahren werden die Grundlagen für das lebenslange Lernen gelegt. Es sind die lernintensivsten, entwicklungsreichsten und bildsamsten Jahre im Leben eines jeden Menschen, denn in dieser Zeit sind die Plastizität des Gehirns, seine Veränderbarkeit und Formbarkeit am größten.

Je solider und breiter die Basis an Wissen und Können in diesem Lebensausschnitt ausgebildet wird, desto gewinnbringender lernt das Kind im weiteren Bildungsverlauf.

Bildung im Kindesalter gestaltet sich als sozialer Prozess, an dem sich Kinder und Erwachsene aktiv beteiligen. Soziale Interaktion und sozialer Dialog sowie der co-konstruktive Prozess bilden den notwendigen Rahmen, in dem Bildung stattfindet“ (Deutsches Schulamtsamt 2008, S.13).

Auch die Ergebnisse der Delphi- Studie weisen auf einen Paradigmenwechsel hin, nämlich auf die zukünftige Vormachtstellung des Humankapitals, im Sinne von Kompetenzen und Wissen gegenüber herkömmlichem wirtschaftlichem Kapitalverständnis.

Genannte Befragung des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF 1998) machte den Begriff „Wissensgesellschaft“ zu einem Angelpunkt der bildungspolitischen Diskussion. Dieser Begriff drückt die Erwartung aus, dass das im Zentrum stehende Potential einer zukünftigen Gesellschaft mehr im „Wissen“ der Individuen als im „Kapital“ besteht, vor allem in Ländern, die wenige Bodenschätze besitzen wie dies etwa in Deutschland und auch in Italien der Fall ist (vgl. Pesch 2005, S. 2).

„Wissen“ bezeichnet Fthenakis (2002, zitiert in Pesch 2005) in einer Welt, die zunehmend von Brüchen und Diskontinuitäten bestimmt ist, dabei als ein Instrument zur Problemlösung. In unserer Zeit kommt es nicht mehr so sehr auf das „Was“ des Wissens an, denn die „Halbwertszeit“ von Wissensbeständen wird immer geringer (vgl. Pesch 2005, S. 2).



Deshalb fordert Pesch (2005): „Im Zentrum des Allgemeinwissens haben vielmehr folgende Felder des Allgemeinwissens zu stehen, die überwiegend das ‚Wie‘ des Wissenserwerbs betreffen (die Reihenfolge stellt gleichzeitig eine Hierarchisierung dar):

1. Instrumentelle bzw. methodische Kompetenzen,
2. Personale Kompetenzen,
3. Soziale Kompetenzen,
4. Inhaltliches Basiswissen“ (Pesch 2005, S. 2).

In Einklang mit den Erkenntnissen aus der Delphi- Befragung steht in den Rahmenrichtlinien im Zusammenhang mit dem neuen Bildungsverständnis:

„Im Vordergrund stehen Stärkung und Erwerb von Basiskompetenzen, die Werthaltungen mit einschließen und mit dem Erwerb von Bildungsinhalten verknüpft sind. In einer individualisierten Wissensgesellschaft sind Kompetenzen wichtiger als fachspezifisches Wissen, das sich immer wieder verändert. [...]

Orientierung bietet auch eine sinnlich reichhaltige, vielfältig angelegte Erfahrungswelt, in der Kinder breit gefächerte Basiskompetenzen erwerben können, die es ihnen ermöglichen, sich in der komplexen Lebenswelt mit ihrer Informations- und Wissensfülle zurechtzufinden. [...] Lern- und Bewältigungsstrategien zielen darauf ab, Kompetenzen und Wissen jederzeit eigenverantwortlich einsetzen zu können“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 13).

Beim Vergleich mit Textausschnitten aus früheren Aussagen von Bildungsdokumenten mit aktuell angeführten, ist erkennbar, dass der Auftrag heute vorwiegend in Richtung Bildungsmöglichkeiten eröffnen anstatt Bildungsmaßnahmen durchführen, Kompetenzen aufbauen, anstatt träges Wissen ansammeln geht. Dieser Perspektiven- bzw. Paradigmenwechsel hängt eng mit den sich verändernden soziokulturellen Bedingungen und dem veränderten „Bild vom Kind“ als aktiv lernendem und forschendem Wesen zusammen.

Die Kernaussagen lassen erahnen, dass sich mit einer neuen Bildungsphilosophie auch die pädagogischen Handlungsstrategien und Unterstützungsformen für erfolgreiches Lernen ändern müssen. Noch ungewohnte Lehr- und Lernformen werden sich etablieren können und vorbereitete Lernumgebungen im Sinne Maria Montessoris scheinen in ihrer strukturellen Grundausrichtung genau die passende Lehrform zu sein, die es den Jungen

und Mädchen bei guter Begleitung durch die pädagogischen Fachkräfte ermöglicht, Lernen anzustoßen und Kompetenzen entwickeln zu helfen.

Dreh- und Angelpunkt für die geänderte Bildungsphilosophie ist das „Bild vom Kind“, das laut Rahmenrichtlinien für den Kindergarten die Handlungskonzepte der pädagogischen Fachkräfte leiten sollte.

## **1.2 Das Bild vom Kind**

„Die Kindheitsforschung der letzten Jahrzehnte hat das Bild eines aktiven, sich aus eigener Initiative und mit eigenen Mitteln bildenden Kindes entwickelt. Bereits das Neugeborene eignet sich eigenaktiv seine Um- und Mitwelt durch die Möglichkeiten an, die ihm bei der Geburt zur Verfügung stehen. Erste Erfahrungen bewirken, dass sich die Ausgangspunkte seiner Weltwahrnehmung und Weltverarbeitung differenzieren. Daraus entwickeln sich verschiedene Formen des Welt- und Selbstverständnisses, welche die Grundlage des kindlichen Bildungsprozesses ausmachen. Diese sogenannte Selbstbildung erfolgt im Rahmen der Möglichkeiten, die dem Kind von außen zugetragen werden“ (Schäfer 2003, 20f).

Dieses „Bild vom Kind“, das sich seine Wirklichkeit aus eigener Initiative und mit eigenen Mitteln aneignet, ist nicht ganz neu. Es hat sich über viele Jahrzehnte allmählich entwickelt. Daran beteiligt waren zunächst einzelne Persönlichkeiten in der Geschichte der Pädagogik; für die Früherziehung u. a. auch Maria Montessori.

Heute sind es Forschungseinrichtungen z. B die kognitive Entwicklungspsychologie, die Tiefenpsychologie, die Säuglings- und Wahrnehmungsforschung, die neue Denkmodelle für Pädagogen zur Verfügung stellen (vgl. Schäfer 2003, 20f).

Aktuell wird in den neuen Bildungsplänen im Kontext der Entwicklung der Persönlichkeit neben der Selbstbildung das Moment der Co- Konstruktion von Wissen und Können als entscheidend herausgehoben und die Rolle der sozial-kulturellen Komponente betont.

Fthenakis (2004 in Faust et al.) vertritt die Auffassung, dass Entwicklung „nicht etwas ist, das im Kind eo ipso voranschreitet“ (Fthenakis in Faust et al. 2004, S. 13), verneint die

Überbetonung des Selbstbildungspotentials deutlich und betont die Rolle der Entwicklung und Kompetenz fördernden Interaktionen, die gezielt zu gestalten sind.

Somit vertritt er in Anlehnung an Mayall und Dahlberg einen sozialkonstruktivistischen Ansatz und weist darauf hin, dass Lernen ein sozialer Prozess ist, der immer im Kontext stattfindet und an dessen Konstruktion das Kind selbst, die Fachkräfte, die Eltern und andere beteiligt sind.

Klar streicht er heraus, „dass der Kontext für die Entwicklung des Kindes und das kindliche Lernen von zentraler Bedeutung und Entwicklungsverläufe nicht universal seien. Weiters besitze die Auffassung, Lehren in der frühen Kindheit sei das Vermitteln von einzelnen Wissenskomponenten keine Gültigkeit mehr, sondern der Lernende sei aktiv im Sinne der Rekonstruktion von sowohl inter- wie intrapsychologischer Aktion“ (Fthenakis in Faust et al. 2004, S. 13).

Die Rahmenrichtlinien für den Kindergarten in Südtirol ist zum Bild vom Kind, bzw. zur Thematik Selbstbildung versus Co- Konstruktion folgende Aussage anzutreffen:

„Der Mensch kommt als ‚kompetenter Säugling‘ zur Welt, er ist von Geburt an mit Kompetenzen ausgestattet, sowie auf Selbsttätigkeit und Selbstbestimmung hin angelegt. [...]. Jungen und Mädchen gestalten ihre Entwicklung von Anfang an aktiv mit und übernehmen entwicklungsangemessen Verantwortung. [...] Im Kindergarten nehmen Kinder eine aktive Gestalterrolle in ihren Lern- und Bildungsprozessen ein, [...]. Für die Entfaltung ihrer reichen Lern- und Entwicklungspotentiale sind Kinder aber immer auf die Unterstützung ihres sozialen Umfeldes und auf eine kompetente Begleitung durch ihre Bezugspersonen angewiesen“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 14).

### **1.3 Neue Erwartungen an die pädagogische Fachkraft**

Natürliche Konsequenz der Veränderungen in der Sichtweise des Kindes und der Schwerpunkte des Lernens ist, dass sich auch die Rolle der pädagogischen Fachkraft im Kindergarten verändert und von ihr andere, neue Verhaltensweisen erwartet werden:

- Sie soll sich jetzt vorwiegend als Lernbegleiterin sehen, die durch kompetente Interaktionsgestaltung in der Lage ist, individuell passende Lernprozesse anzuregen.

- Sie soll ganzheitliche Entwicklung ermöglichen, indem sie methodisch/didaktische Kompetenzen im Hinblick auf die Gestaltung von Räumen und professionelle Einrichtung von Lernumgebungen entwickelt.
- Sie soll fähig sein, Themen der Kinder als Ausgangspunkt für forschendes Lernen aufzugreifen.
- Sie soll verschiedene Beobachtungsverfahren anwenden können und Entwicklungsschritte der Kinder dokumentieren.

Nicht mehr Angebots- sondern sogenannte „Beantwortungspädagogik“ sei gefragt, weil diese auf die Interessen und Fragen der Kinder aufbaue, sowie nachhaltiges Lernen und den Aufbau von lernmethodischen Kompetenzen fördere, hören pädagogische Fachkräfte in Fortbildungen.

Wenn ich die aufgelisteten Erwartungen ansehe, kann ich als in der Praxis Tätige sagen, dass da verständlicherweise für mich und viele Kolleginnen (Kindergärtnerinnen und Pädagogische Mitarbeiterinnen) eine ganze Menge an notwendiger Weiterentwicklung ansteht, um professionell handeln zu können. Ohne kompakte, gezielte Unterstützung wird es den meisten Kolleginnen nicht möglich sein, neben ihrer täglichen Arbeit die nötige Kraft und Zeit aufzubringen, um sich schrittweise, aber gezielt neue Kompetenzen, Haltungen und Handlungsweisen anzueignen.

#### **1.4 Forschungsergebnisse und ihre Aufforderung zur Professionalisierung**

Die erste, größere europäische Längsschnittstudie zur Erforschung der Effektivität frühkindlicher Bildung bei Fremdbetreuung, EPPE- Studie (Effective Provision of Preschool Education) genannt, die zwischen 1997 und 2003 in England in Kooperation von Wissenschaftler/innen verschiedener Universitäten durchgeführt wurde, brachte ein beeindruckendes Ergebnis. Rund 2.800 Kinder, die an 141 Kindertageseinrichtungen betreut wurden, und mehr als 300 Kinder, die in der frühen Kindheit zu Hause aufwuchsen, waren zwischen ihrem dritten und siebten Lebensjahr (Ende der 2. Schulklasse) mehrfach getestet worden. Laut Studie hatten Kinder, nach dem Besuch einer qualitativ hochwertigen Kindertagesstätte bis ins Grundschulalter hinein, im

kognitiven, als auch im sozialen Bereich Vorteile gegenüber Kindern, die zu Hause betreut worden waren oder eine Tagesstätte weniger guter Qualität besucht hatten.

Bei den Folgestudien REPEY (Research in Effectiv Pedagogy in the Early Years) und SPEEL (Study of Pedigogical Effectivness in Early Learning) im Jahre 2002 wurden die 14 effektivsten Kindertageseinrichtungen genauer untersucht, in denen sich die Kinder laut EPPE-Studie am besten entwickelt hatten. Es wurden besonders erfolgreiche Betreuungspersonen und einzelne Kinder beobachtet, Interviews mit Fachkräften und eine Fragebogenerhebung mit Eltern geführt (vgl. Textor 2002, <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1615>).

Als Indikatoren einer guten Fremdbetreuung konnten die drei Studien folgende nennen:

- „emotional und interaktiv intensive Erzieherin-Kind-Beziehungen
- eine höhere Qualifikation des Personals
- **mehr Wissen der Fachkräfte über das Curriculum und die Entwicklung von Kleinkindern sowie**
- ein **hochwertiges pädagogisches Angebot** in Bereichen wie Sprachentwicklung, kognitive Förderung, **Mathematik** und Literacy.

Besser ausgebildete Fachkräfte machten mehr Bildungsangebote und führten häufiger Gespräche, bei denen das Denken der Kinder angeregt, aber nicht dominiert wurde. Wenn schlechter qualifizierte Kolleg/innen mit ihnen zusammen in der gleichen Gruppe arbeiteten, erwiesen sie sich als bessere Pädagog/innen (Modelllernen)“ (Textor 2002, <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1615>).

## 1.5 Aufgaben der Lernbegleiterin

Es wurde bereits betont, dass die Notwendigkeit einer Professionalisierung aller im Kindergarten Beschäftigten unabdingbar ist. Die genannten Studien untermauern diese Annahme.

Textor (2002) beschreibt in seinen Ausführungen in Anlehnung an die Ergebnisse der englischen Studien die wichtigen Aufgaben der pädagogischen Fachkraft als Lernbegleiterin, von denen eigentlich alle im Hinblick auf die pädagogisch hochwertige

Arbeit im Kindergarten allgemein und auch in speziellen Lernumgebungen bedeutsam sind:

- „Kindern ermöglichen, im Freispiel und bei anderen selbstbestimmten Aktivitäten eigene Ideen, Interessen und Aufgabenstellungen zu verfolgen und dabei alle Sinne einzusetzen sowie aktiv, selbsttätig und handlungsorientiert zu lernen
- Denkprozesse und intuitive Theorien der Kinder zu verstehen versuchen und sie bei ihren Bemühungen und Aktivitäten unterstützen
- mit den Kindern spielen und dabei deren Lernprozesse lenken und ausweiten
- die Innen- und Außenräume so einrichten bzw. regelmäßig so umgestalten, dass die Kinder immer wieder neue Materialien, Gegenstände und Geräte vorfinden, die Lernerfahrungen stimulieren
- pädagogische Angebote machen und sich bemühen, die Kinder für eine interessierte und engagierte Mitwirkung zu gewinnen
- die Zusammenarbeit von Kindern in Kleingruppen fördern, sodass diese kommunikative und soziale Kompetenzen ausbilden, Verständnis für unterschiedliche Perspektiven entwickeln und voneinander lernen können
- die Kinder genau kennen und sie individuell fördern
- auf der Ebene der Kinder kommunizieren, ihnen genau zuhören und Wertschätzung für deren Aussagen zeigen
- eine positive Lernatmosphäre schaffen, Feedback geben, Lernerfolge würdigen und den Kindern vermitteln, dass ihre Aktivitäten sinnvoll sind, sowie die Kinder ihr Lernen selbst evaluieren lassen“ (Textor 2002, <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1615>).

Aus eben genannten Aufgaben und bisherigen Ausführungen lässt sich erkennen, dass durch die konzeptionelle Veränderung des Kindergartens von einer sozialpädagogischen Einrichtung zu einer Bildungseinrichtung über die Ermöglichungsfaktoren von erwarteten Bildungsprozessen bei Kindern nachgedacht werden muss.

## 2. Gestaltung von Lernorten im Kontext früher Bildung

„Unser Team im Montessorikindergarten gibt Mädchen und Buben viele Gelegenheiten zu Mathematik im Kindergarten und wir haben auch eine speziell eingerichtete mathematische Lernumgebung!“

Begeistert erzähle ich Kolleginnen immer wieder von den vielfältigen Möglichkeiten Mathematik im Kindergarten zu betreiben.

Manche sehen mich überrascht an, einige teilen mir mit, auch schon darüber gelesen, etwas probiert oder eine Fortbildung dazu besucht zu haben.

Ich merke, da ist viel Interesse zu einer Auseinandersetzung und Weiterentwicklung der eigenen Möglichkeiten da- auch bei mir selbst!

Ja, Mathematik im Kindergarten ist bei Kindern beliebt und könnte es auch bei pädagogischen Fachkräften werden.

Unsere tägliche Erfahrung im dreiköpfigen Team des Montessorikindergartens Kinderdorf zeigt, dass die in offenen Regalen zur Verfügung stehenden Materialien, mathematische Tätigkeiten und Lernprozesse anregen und von Kindern aus eigener Initiative, durch Einladung von Freunden zu gemeinsamem Spiel oder durch die Auseinandersetzung in Begleitung von Erwachsenen gern genutzt werden.

Trotz dieser grundsätzlich positiven Erfahrungen haben sich auch bei mir und bei uns im Team durch die Einführung des neuen Bildungsplans jede Menge Fragen aufgetan:

Entspricht die Auffassung von Spielen und Lernen in unserer vorbereiteten Umgebung den Erwartungen an frühe mathematische Bildung, wie sie in den Rahmenrichtlinien durch die bildungsphilosophischen Grundlagen und das Bildungsfeld Mathematik skizziert sind oder gibt es Differenzen?

Was bedeutet die Forderung nach co- konstruktiven, differenzierenden, entwicklungsangemessenen, ganzheitlichen Bildungsprozessen für die Praxis früher mathematischer Bildung? Welche Inhalte für frühe, mathematische Bildung sind in den Rahmenrichtlinien gefordert und gleichen sich diese mit den Inhalten der didaktischen Materialien für Mathematik in der Montessoripädagogik ab? Welche didaktischen Konzepte bieten neben der Montessoripädagogik überhaupt Hilfestellung und sind sie für eine Lernraumgestaltung im Kindergarten geeignet? Fragen über Fragen durchlöchern mich.

In den folgenden drei Kapiteln sollen diese Fragen nun schrittweise beantwortet werden.

## 2.1 Handlungsleitende Prinzipien für die Organisation von Lernprozessen aus den Rahmenrichtlinien

Die Organisation von Lernen erfolgt im Kindergarten nicht über direkten Unterricht, sondern für den Großteil des Tages spielen Kinder in Innen- und Außenräumen, die durch anregende Ausgestaltung der Räume und Lernbereiche verschiedenste Erfahrungen durch handelndes Tätigsein ermöglichen. Dabei werden die Kinder von pädagogischen Fachkräften begleitet, die die Aufgabe haben, sie in ihrem Spielen und Lernen durch geeignete Bildungsanregungen zu unterstützen.

Bis vor gar nicht langer Zeit spielte sich das Leben im Kindergarten hauptsächlich in einer Umgebung ab, die durch das Raumteilverfahren in Puppenwohnung, Bauplatz, Konstruktionsecke, Malplatz und multifunktionalen Tischen für verschiedene Spiele gegliedert war.

Die Rahmenrichtlinien für den Kindergarten fordern jedoch zu einer bewussten und differenzierten Gestaltung von Spiel- und Lernräumen auf und regen auch zur lernintensiven Ausschöpfung durch Lernwerkstätten, Einrichtung von Ateliers und Bildungsinself an (vgl. Schulamt, S. 15; S. 52).

Welches sind nun aber die wichtigen Grundgedanken zur Ausgestaltung des Lernens im Kindergarten generell und in arrangierten Lernwelten, wie dies auch mathematische Lernumgebungen sind, im Speziellen?



Abb. 1: Die Philosophie der Rahmenrichtlinien (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S.14-19)



Diese Grundsätze für die Ausgestaltung der Bildungsprozesse können mit anderen Worten auch als didaktische Prinzipien bezeichnet werden. Bei näherer Betrachtung der einzelnen Begriffe können wir erahnen, dass besonders einige dieser Vorgaben pädagogische Fachkräfte geradezu dazu auffordern, eine differenzierte Umgebung vorzubereiten, da sie sonst in einer Gruppe von 25 Kindern mit der Begleitung durch zwei Fachkräfte nicht erfüllt werden können. Einige Grundsätze sind für das Verständnis von Lernen im Kontext einer mathematischen Lernumgebung im Sinne dieser Arbeit besonders bedeutend und deshalb werden die wichtigsten Leitgedanken daraus angeführt.

### **Spielen und Lernen**

„Spielen und Lernen“ im Kindergarten betont, dass Spielprozesse immer auch Lernprozesse sind, dass im Kindergarten das Spiel der wichtigste Entwicklungsfaktor und das Freispiel ein zentrales Lernfeld ist (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S. 15).

Es wird betont, dass spielerische Lernformen im Mittelpunkt der pädagogischen Arbeit stehen sollen, wobei eine „differenzierte, lernmethodisch begründete Didaktik bewusst auch zielgerichtetes Lernen in Initiativen und Projekten fördern und so den Wechsel zu organisierten Lern- und Bildungsprozessen der Schule erleichtern soll“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 16).

### **Ganzheitlichkeit**

In der Beschreibung des Prinzips „Ganzheitlichkeit“ geht es um die Betonung, dass die gesamte Persönlichkeit, d.h. kognitive, soziale und emotionale Komponenten der Persönlichkeitsentwicklung in den Fokus der Bildungsarbeit gestellt werden und dass die jeweiligen Bildungsfelder alle drei Aspekte berücksichtigen sollen (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S. 16).

### **Co- Konstruktion**

Co- Konstruktion meint, dass „Lernen durch Zusammenarbeit“ stattfindet und „dass Bildungsprozesse von pädagogischen Fachkräften und Kindern gemeinsam gestaltet werden“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 18).

Bedeutend für das Gelingen der Zusammenarbeit ist die Interaktion, in der das Kind erfahren soll, wie Probleme gemeinsam gelöst werden können, wie Dinge und Prozesse erforscht werden können, und wo es üben kann mit anderen zu diskutieren, zu verhandeln und über eigene Ideen zu sprechen. Ein Ziel des co- konstruktiven Prinzips ist es, Kinder

dazu zu führen, über ihr Lernen und ihr Denken und Handeln nachzudenken, weil sie dadurch Lernstrategien weiterentwickeln können (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S. 18).

### **Differenzierung und Individualisierung von Bildungsprozessen**

Die Rahmenrichtlinien fordern vier entscheidende in der Praxis wahrnehmbare Auswirkungen, wenn dieses Prinzip ernsthaft verwirklicht werden soll:

- ein differenziertes Lernangebot, um auf die individuellen Unterschiede eingehen zu können
- Wahlmöglichkeiten für Jungen und Mädchen und die Möglichkeit der Mitgestaltung von Bildungsprozessen gemäß Bedürfnissen und Interessen, damit das Kind aktiv an seiner Entwicklung mitwirken kann
- intensive Interaktion zwischen Erwachsenen und Kindern, sowie vielfältige Interaktionen in Kleingruppen, damit Ideen mitgeteilt, ausgetauscht und reflektiert werden können
- ein Beobachtungs- und Dokumentationssystem, damit Entwicklungspotentiale bewusst werden und wirksam unterstützt werden können (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S. 18).

Das schon im ersten Kapitel thematisierte „Bild vom Kind“ und die eben genannten Prinzipien beeinflussen alle Handlungen von Erwachsenen gegenüber dem Kind grundlegend. Sie sind somit im Lehr- Lernprozess wesentlich und beeinflussen die Möglichkeiten des Kindes in einer reichhaltig gestalteten Spiel- und Lernwelt individuelle Entdeckungen auf unterschiedlichen Niveaus zu machen und Handlungsstrategien im Austausch mit anderen weiterzuentwickeln in besonderer Weise.

Eine pädagogische Fachkraft mit einer Einstellung vom Kind als kompetentem, aktivem, forschendem Wesen, das seine Persönlichkeit durch sinnliche Erfahrung im dinglichen und sozialen Raum aufbaut, wird dem Kind auch zutrauen aus einer differenziert vorbereiteten Umgebung eine Auswahl zu treffen und so seine sozialen, kognitiven und emotionalen Fähigkeiten allein oder in Zusammenarbeit mit anderen zu erweitern.

## 2.2 Die Bedeutung der Räume für die frühe Bildung

Die Rahmenrichtlinien fordern die Gestaltung eines differenzierten Lernfelds und daher ist es naheliegend sich neben der praktischen Ausgestaltung der einzelnen Lernbereiche zunächst generell mit der Rolle der Räume im pädagogischen Kontext zu beschäftigen.

Wir alle leben in Räumen- in Außenräumen und Innenräumen. Räume wirken auf unsere Möglichkeiten der Betätigung, Räume können uns fröhlich, traurig oder besinnlich stimmen, Räume können zum Tätigsein auffordern oder zum Ausruhen, Räume können uns anregen oder aufregen- kurzum, Räume schaffen Wirklichkeiten und Möglichkeiten. Wenn das auch bei Erwachsenen so ist, wie bedeutsam muss die Beschaffenheit der sie umgebenden Räume erst für Kinder sein, die ihre Denkwerkzeuge erst aufbauen, deren neuronale Netzwerke täglich neue Verbindungen herstellen und die dabei entscheidend darauf angewiesen sind was wir Erwachsenen ihnen an Raum und Material für ihre sinnlichen Lebenserfahrungen zur Verfügung stellen.

Die Bedeutung der Räume und der Raumgestaltung wird von verschiedenen Autoren und pädagogischen Richtungen thematisiert.

In der Reggio- Pädagogik z. B. wird der Raum als wichtige, zusätzliche Entwicklungsressource, als dritter Erzieher betont und in der Montessoripädagogik ist die sorgsame und differenzierte Gestaltung der „Vorbereiteten Umgebung“ unter Berücksichtigung der Entwicklungsbedürfnisse in den sensiblen Phasen wesentlicher Bedingungsfaktor für eigenständiges, entwicklungsgerechtes und nachhaltiges Lernen.

Auch der deutsche Bildungsforscher Gerd E. Schäfer (2005) unterstreicht die zentrale Bedeutung der Räume und nennt sie „erste Erzieher“. Der Raum und seine Gegenstände spielen seiner Meinung nach für die Möglichkeiten der Selbstwirksamkeit und der Entwicklung kindlichen Denkens eine entscheidende Rolle und verdienen sich deshalb auch im sprachlichen Ausdruck den ersten Rang.

„Denn von ihnen (den Räumen) hängt es ab, ob die vom Kind ausgehende Aktivität, unabhängig von anderen Personen, ein lohnendes Ziel findet. Räume sind erste Erzieher, weil sie auch da sind, wenn Menschen nicht da sind und konkrete Erfahrungen ermöglichen“ (Schäfer 2005, S. 6).

Schäfer geht noch weiter und lässt bedenken, dass Kinder sich immer in Räumen befinden. Er bezeichnet das familiäre Umfeld als primären Raum, in den das Kind

hineingeboren wird, den öffentlichen Bereich als sekundären und den institutionalisierten Raum als tertiären Raum.

Er betont die geteilte und in gewissem Sinne auch gemeinsame Verantwortung der Familien, der Öffentlichkeit und der pädagogischen Institutionen und fordert für Kinder vehement Räume in allen drei Bereichen. Schäfer gibt aber zu bedenken, dass sich Defizite in einem dieser Bereiche nicht allein durch pädagogische Rauminszenierungen auffangen und ersetzen lassen (vgl. ebd. S. 8f).

Angelika von der Beek, Mitentwicklerin des Hamburger Raumgestaltungskonzepts wird in ihren Ausführungen sehr konkret und rät im Buch "Bildungsräume für Kinder von Drei bis Sechs" für Kindertageseinrichtungen Funktionsräume einzurichten, welche die von Gerd E. Schäfer herausgearbeiteten unterschiedlichen Denkfähigkeiten wie „konkretes Denken“, „gestaltendes Denken“, „erzählendes Denken“ und „theoretisches Denken“ in ausgedehntem Maße ermöglichen (vgl. Von der Beek 2010, S. 22).

In Abwandlung eines Satzes von Paul Watzlawick schreibt Von der Beek: „Man kann nicht nicht raumgestalten. Egal, was man mit ihnen macht: Räume wirken“ (Von der Beek et al. 2006, S. 6).

Sie bezeichnet Materialien und Räume als Gegenstände, die Kinder für ihre Bildung brauchen. Sie möchte „dazu anregen, Räume so zu bilden, dass sie dem forschenden Lernen der Kinder Themen anbieten und Materialien bereitstellen, die kindliche Tätigkeiten herausfordern“ (Von der Beek 2006, S. 8).

Die Raumgestaltung soll den Rahmen zur Entwicklung befriedigender sozialer Beziehungen, insbesondere unter gleichaltrigen Kindern abgeben. Sie soll „jedem Kind ermöglichen, Spielpartner, Spielinhalte und Materialien frei zu wählen. Dazu brauchen Kinder Orte, die ihren elementaren Bedürfnissen nach Begegnung, Bewegung und Ruhe, Spiel und Gestaltung Rechnung tragen. Die freie Wahl der Räume und Materialien erfordert ein strukturiertes und deshalb leicht erkennbares Angebot“ (Von der Beek 2006, S. 8).

Ebenso unterstreicht der bekannte Berliner Bildungsforscher Hans Joachim Laewen (2010) die Bedeutung des Raumes und seiner wahrnehmbaren Gegenstände für die Eigenart kindlichen Lernens: „Sie (die Kinder) können nur das in ihrer Weltkonstruktion berücksichtigen, was ihnen über ihre Sinne zugänglich ist“ (Laewen et al. 2010, S. 47).

Laewen fragt sich, warum wir Kindern in ihren Räumen, die Orte für Kinder sein sollen, das vorenthalten, was auch für viele Erwachsene den kulturellen Reiz unserer Gesellschaft ausmacht, z. B. Darstellungen alter und neuer Architektur, bildende Kunst alter und neuer Meister, Photographien von Erwachsenen und Kindern innerhalb und außerhalb der eigenen Kultur? Er regt an, mit Kindern klassische und moderne Musik mit ihren hoch strukturierten Ordnungssystemen zu hören oder technische Zeichnungen von Bauwerken und Maschinenteilen zu betrachten. Er fragt weiter, wieso im Kindergarten nicht auch Schrift- und Zahlensysteme oder Farbkreise von Goethe und Itten zu sehen sind.

Hans Joachim Laewen geht es nicht darum die Kinder mit Kulturbeständen zu überschütten oder Erwartungen von Seiten Erwachsener zu bedienen, auch nicht darum, dass die Kinder frühzeitig den Stil von Kandinsky von dem Paul Klees unterscheiden können. (vgl. Laewen et al, 2010, S. 50f) Es geht ihm um Wahrnehmungsbereicherung; z.B. darum „die unglaubliche Vielfalt feiner Farbabstufungen in Bildern von Klee oder die ungewöhnlichen und kräftigen Farb- und Formvarianten bei Kandinsky als „Material“ für Konstruktionen verfügbar zu machen“ (Laewen et al. 2010, S. 51).

Laewen unterstreicht: „Raumgestaltung gehört [...] zu den zentralen pädagogischen Aufgaben, die eine Kindertageseinrichtung lösen muss, wenn sie den Anspruch, Bildungseinrichtung zu sein, ernstlich erfüllen will“ (Laewen et al. 2010, S. 51) und Fthenakis (2009) fordert für Lernen im Bildungsfeld Mathematik:

„Um mathematische Prinzipien zu verstehen und mathematische Methoden auszuprobieren, brauchen Kinder sichtbare und anfassbare Gegenstände und reale Situationen, in denen sich diese Prinzipien zeigen und die zum mathematischen Denken einladen“ (Fthenakis 2009, S.58).

Vor allem die beiden letzten Aussagen lassen keinen Zweifel daran, dass speziell gestaltete Lernumgebungen für mathematische Bildung im Kindergarten sinnvoll sind und ich betone gleich dazu, geradezu notwendig, wenn die Forderung von Fthenakis nach dem Prinzip „Mathematik im Alltag“ Wirklichkeit werden soll. Mathematik im Alltag entsteht nämlich nicht so ohne weiteres, denn mathematische Lernbegleitung fordert Fachkompetenz, fordert Wissen um die Inhalte mathematischer Bildung, das Wissen um geeignete Materialien, das Wissen um verschiedenen Ebenen mathematischer Bildung, das Wissen um Entwicklungsniveaus mathematischer Fähigkeiten, das Wissen um geeignete Fragen zur Anregung der Denkprozesse, das Wissen um geeignete Beobachtungshilfen.

Die Einrichtung mathematischer Lernumgebungen kann eine Hilfe sein, sich damit auseinanderzusetzen und Professionalität auf diesem Gebiet zu erwerben.

Aktuell haben sich einige Kindergärten des Kindergartensprengels Brixen im Rahmen eines sprengelinternen Projekts mit Unterstützung einer Projektbegleiterin und durch das Amt für Innovation und Beratung aufgemacht, anstatt multifunktionaler Gruppenräume, Räume mit klaren Funktionen, also zur Einnahme von Mahlzeiten, für Bewegung, Rollenspiel, Bauen, usw. einzurichten. Diese Neuerungen sollen den Kindern bessere Rahmenbedingungen dafür ermöglichen, die von Gerd E. Schäfer (2009 zitiert in Von der Beek 2010) in Anlehnung an die „100 Sprachen der Kinder“ in der Reggio- Pädagogik entwickelten Weisen des Denkens, die „konkretes Denken“, „gestaltendes Denken“ „erzählendes Denken“ und „theoretisches Denken“ unterscheiden, zu entwickeln (vgl. Von der Beek 2010, S. 22f). Von eben genannten Veränderungen im Raumkonzept und gezielt eingerichteten Werkstätten oder Labors als „Räume im Raum,“ z. B. für naturwissenschaftliche Erfahrungen erhoffen sich Fachkräfte auch, den Forderungen aus den Rahmenrichtlinien, nach vielfältigen, handlungsorientierten Bildungsgelegenheiten nachkommen zu können und bewusst, differenzierendes Lernen auch in neuen Bildungsfeldern zu ermöglichen. Mathematische Bildung ist bei Gerd E. Schäfer und Angelika Von der Beek (2010) nicht eigens einem Raum zugeordnet. Auch ich teile die Meinung, dass für mathematisches Lernen nicht ein eigener ganzer Raum eingerichtet werden muss. Meiner Meinung nach könnten die verschiedenen Kerngebiete aus dem Bildungsbereich Mathematik auch an unterschiedlichen Orten stattfinden. Wichtig ist, dass entsprechendes Material vorbereitet wird und die Orte zur bewussten Wahrnehmung der mathematischen Tätigkeiten, die darin angeregt werden auch einen Namen tragen, z. B. „Musterland“, „Insel Durcheinander“, wie ich das in Anlehnung an die Konzeptentwicklerin von „MATHEKINGS“ Nancy Hoenisch in Kindergärten in Freiburg beobachten konnte.

Erfahrungsgemäß sollten auch, die für Mathematik wichtigen Erfahrungen mit großmotorischer Bewegung, mit Bauklötzen und großen geometrischen Körpern in einem abgegrenzten, eigenen Bewegungs- und Baubereich erfolgen. Für Bereiche wie Muster und Sortieren, Kategorien bilden, Arithmetik, sowie für Erfahrungen mit kleineren Materialien zu Raum und Form, ist aber sehr wohl in eine, auf einen Raumteil beschränkte Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung gut möglich. Was sollen sich nun aber Leserinnen und Leser genau unter Lernumgebung im Kontext dieser Arbeit vorstellen?

## Begriffsbestimmung Lernumgebung

Aus bisherigen Ausführungen wissen wir, dass Lernateliers, Werkstätten, kurzum organisierte Lernumgebungen im Kindergarten neben praktischen Vorteilen auch in Fachkreisen befürwortet werden und eine bedeutende Funktion für die Bildungsqualität spielen können.

Was aber sollen sich nun Leserinnen und Leser dieser Arbeit unter dem Begriff Lernumgebung genau vorstellen?

Grundsätzlich kann man nach Wilson (1995) zwischen vorgefundener und organisierter Lernwelt unterscheiden. Dabei meint er mit vorgefundener Lernwelt die Welt in der wir leben und mit organisierter Lernwelt die Welt der Schule und Weiterbildung (vgl. Wilson 1995).

Laut Herber (2009) wird in dieser organisierten Welt, welche in diesem Fall der Lernraum Kindergarten ist, „Mit Lernumgebung (ist) ein gestalteter Ort gemeint, an dem die Kinder zuverlässig Material vorfinden, das der Auseinandersetzung mit einem bestimmten Themenbereich dient“ (vgl. Herber in Pauen & Herber 2009, S. 67).

Charakteristisch für eine organisierte Lernumgebung sind folgende Merkmale:

- „Materialien und Werkzeuge sind ausgewählt und angeordnet, damit Wissen und Kompetenzen erworben oder Dinge entwickelt und gestaltet werden können
- Lernende wählen aus der vorgefundene Lernumgebung etwas für sie geeignetes aus und setzen sich dabei allein oder in Gruppen auseinander
- Lernbegleiterinnen (Tutorinnen, Mentorinnen) unterstützen sie dabei“ (Wilson 1995, <http://www.2bw.at/toolbox/lueinfuehr.htm?&lang=de&output=json>).

Entscheidend dafür, dass ein Ort im Kontext dieser Arbeit den Namen „Mathematische Lernumgebung“ tragen darf, ist, dass er ein wirklich sorgsam vorbereiteter Bereich im Raum ist und dass die enthaltenen Materialien nicht nur ein Sammelsurium an Gebrauchsgegenständen sind, die kein dahinterliegendes System erkennen lassen. Wichtig sind zum einen strukturelle Aspekte, die die Anordnungsmöglichkeiten der Materialien betreffen, um für die Kinder selbstständiges Spielen zu ermöglichen und zum anderen Aspekte, die die Qualität und Möglichkeiten des Materials betreffen:

- dass der Ort mit offenen Schränken oder Regalen ausgestattet ist, damit die Kinder die didaktischen Materialien sehen und selbständig holen können

- dass Materialien nach bestimmten Kriterien angeordnet sind
- dass jedes Material seinen bestimmten, möglichst mit Fotos gekennzeichneten Platz hat, damit Kinder selbstständig auswählen, arbeiten und auch wieder aufräumen können (Selbstständigkeit)
- dass die Lernumgebung von Kindern in der Freispielzeit oder in organisierten Kleingruppen durch freie Wahl des Materials genutzt werden darf
- dass im Raum eine größere freie Bodenfläche zur Verfügung steht, auf der sich Kinder auf handlichen Teppichen mit den Materialien beschäftigen können
- dass evtl. auch ein Tisch da ist, damit bestimmte Spiele dort sitzend oder stehend durchgeführt werden können
- dass die Materialien ästhetisch sind und alles Zusammengehörige für den Gebrauch geordnet bereitsteht
- dass Materialien für verschiedene Entwicklungsniveaus da sind
- dass die Materialien grundlegende mathematische Denkweisen fördern bzw. wichtige Ziele im Zusammenhang mit mathematischer Bildung unterstützen
- dass möglichst für alle Bildungsziele aus den Rahmenrichtlinien Materialien zur Verfügung stehen.

Die Aufgabe der pädagogischen Fachkraft in so einer mathematischen Lernumgebung ist es, die Kinder einzeln oder in kleinen Gruppen in den Gebrauch der Materialien einzuführen und dann durch geschickte Interaktion Lernen zu unterstützen. Genaue Beobachtung hilft ihr, die Zone der aktuellen Entwicklung einzuschätzen und im Sinne von Lev Vygotsky, geeignete Impulse in der Zone nächster Entwicklung zu geben.

Lernumgebung meint deshalb neben der Vorbereitung des Raumes und der Materialien immer eine individuelle Begleitung mit und ist auch nicht auf die Lernform Freiarbeit beschränkt.

Lernumgebung in dieser Arbeit grenzt sich zum Teil vom Verständnis einer Lernumgebung ab, wie sie beim Mathematikdidaktiker Erich Ch. Wittmann (2010), Kurt Hess (2012) und Elmar Hengartner (2006) zu finden ist.

Während dort ein aufbauendes System von mathematischen Aufgaben unabhängig von der räumlichen Anordnung gemeint wird, ist in dieser Arbeit immer die räumliche und strukturelle Vorbereitung von Lernmaterialien in offenen Regalsystemen mitgemeint.



An dieser Stelle soll es zunächst für das weitere Verständnis meiner Ausführungen reichen, grundsätzlich abgegrenzt zu haben, was Leserinnen und Leser sich unter Lernumgebung vorstellen sollen.

Die Suche danach wie die materielle Ausstattung und Lernbegleitung im Kontext des aktuellen Bildungsverständnisses im Detail aussehen soll, ist nämlich das eigentliche Ziel des theoretischen Teils dieser Arbeit. Wissenschaftliche Erkenntnisse und Verstehensprozesse aus der Zusammenschau im fachdidaktischen Teil werden dann schrittweise klarer werden lassen, was die Rahmung für die mathematische Lernumgebung sein soll und durch die Analyse der Konzepte wird es möglich sein, einen Überblick über geeignete Materialien und methodische Anregungen aus diesen Konzepten zu erhalten.

Im nächsten Abschnitt werden nun wichtige Erkenntnisse genannt, die als allgemeine Richtlinien für die Vorbereitung von Materialien in einer Lernumgebung berücksichtigt werden müssen, da sie grundlegende entwicklungsfördernde Auswirkungen haben.

### **2.3 Neurowissenschaftliche Erkenntnisse und Konsequenzen für die Materialauswahl in der mathematischen Lernumgebung**

Das materielle Angebot hängt in erster Linie natürlich vom Thema der vorbereiteten Umgebung ab, ist also unterschiedlich je nach dem, ob es sich nun um eine Lernumgebung für Mathematik oder für Naturwissenschaften handelt. Unabhängig davon gilt es bei der Einrichtung jedoch Erkenntnisse aus der Neurobiologie und der Psychologie zu berücksichtigen. Damit auch ein junges Kindergartenkind Freude an der Betätigung mit den bereitgestellten Materialien für mathematische Bildung haben kann, sind bei der Ausstattung zunächst einmal ganz bestimmte entwicklungsbedingte Faktoren zu berücksichtigen.

Dass Lernen vor allem in jungen Jahren durch Bewegung und sinnliche Betätigung stattfinden soll, ist heute durch viele Forschungen bestätigt und eine Forderung von Didaktikern für frühe Bildung.

Bereits Maria Montessori erkannte, dass die Entwicklung der Sinne und der Bewegung allen höheren Tätigkeiten vorausgehen muss und hat in ihrer „Vorbereiteten Umgebung“ deshalb Bewegung erlaubt und für junge Kinder immer konkrete Materialien zur Verfügung gestellt. Ihre Aussage meint genau das, was aus neurowissenschaftlicher Perspektive heute sinnvoll erscheint. In den ersten Lebensjahren werden die Nervenzellen und ihre Verknüpfungen durch sensomotorische Reize aktiviert. Ohne Bewegungen und ohne sinnliche Reize werden keine Synapsen gebildet und stehen bei späteren Denkprozessen auch nicht zur Verfügung. Die Bewegungen und die selbst gemachten sinnlichen Erfahrungen bilden eine wichtige Grundlage für die Strukturierung des Gehirns und somit für alle weiteren kognitiven Erfahrungen (Friedrich/Bordhin 2003 verglichen in Schäfer Claudia 2005, S. 27f).

Die verschiedenen Sinne bilden sich bereits im Mutterleib und sind ab der Geburt alle funktionstüchtig. Innerhalb der frühkindlichen Erziehung geht es nicht darum, die Sinne funktionstüchtiger zu machen. Es geht aber sehr wohl darum, ihre Sensibilitäten zu verfeinern und die Integration der Wahrnehmungsleistung zu fördern. An der differenzierten Entwicklung der Wahrnehmung und Bewegung sind auch weit mehr als nur die landläufig bekannten fünf Sinne beteiligt. Renate Zimmer (1995, S. 57, verglichen in Schäfer Claudia 2005, S. 29) bezeichnet neben Gesichtssinn, Gehörsinn, Geruchssinn, Geschmackssinn, Berührungssinn und Drucksinn, z. B. auch Temperatursinn, Spannungssinn, Kraftsinn, Lagesinn, Stellungssinn als bedeutsam für die gesamte Entwicklung.

Kinder müssen sich die Werkzeuge für ihr Denken mit Hilfe der Bewegung aus konkreten, sinnlichen Lebenserfahrungen schaffen, die dann in inneren Szenen und Bildern repräsentiert werden und die Ausbildung einer Vorstellungswelt ermöglichen. Gerd E. Schäfer (2005) nennt das in dieser frühen Zeit eng an Sinnes- und Handlungserfahrungen gebundene Denken „konkretes Denken“ und macht deutlich, dass dieses Denken auch für spätere Bildungsprozesse wichtig bleibt, weil es deren Grundlage bildet. Konkretes Denken wird immer durch Tätigsein, Formen des Mitmachens und Nachahmung erworben, weil es noch keine Begriffe gibt, mit denen man darüber nachdenken könnte.

Er betont, dass alle Erfahrungen, die wir im Leben machen, diesen Weg von der sinnlichen Wahrnehmung, über innere Vorstellungen und Simulationen bis hin zum logischen Denken gehen müssen. Ohne Möglichkeiten des „konkreten Denkens“ können wir keine wirklich neuen Erfahrungen machen (vgl. Schäfer G.E. 2005, S. 6ff).

Diese Erkenntnisse lassen schließen, dass das Lernen mit konkreten Gegenständen und durch Handeln einen wichtigen Stellenwert in einer mathematischen Lernumgebung einnehmen wird.

Zudem belegen entwicklungspsychologische Erkenntnisse, dass wir nicht alles zu jeder Zeit gleich gut lernen können, sondern dass es bestimmte Lernphasen oder Lernfenster gibt, in denen das kindliche Interesse wie eine Art „Scheinwerfer“ auf eine bestimmte Sache gerichtet ist und vom Kind dann besonders leicht erlernbar ist. Dies bedeutet, dass Kinder zu diesen Zeiten ganz spezielle Antwortreize aus der Umwelt benötigen, um optimal zu lernen. Maria Montessori hat für das Kindergartenalter zu diesen Lernfenstern, die sie „Sensible Phasen“ genannt hat, die „Sensible Phase“ für Ordnung gezählt. Sie meint damit die Phase, in denen der „ordnende Geist“ des Menschen wichtige Strukturen aufbaut. Auch diese Aussage ist, zwar in anderen Worten, aber sehr wohl durch die moderne Hirnforschung bestätigt worden. Arnold schreibt: „Das Gehirn ist dafür geschaffen, Muster zu erkennen und zu erzeugen“ (Arnold 2011, S. 110f).

Diese Aussage unterstützt meine Forderung nach einer strukturierten Vorbereitung der Lernumgebung für Kinder im Alter von drei Jahren bis sechs Jahren, weil diese vorbereitete Umgebung eine wesentliche Unterstützung des Aufbaus ihrer geistigen Ordnungsstrukturen darstellt.

Eine mathematische Lernumgebung fordert Kinder zum Tätigsein heraus. Die moderne Bildungsphilosophie geht vom kompetenten Kind aus und alle, die mit jungen Menschen zu tun haben, können sehen, dass das Kindergartenkind geradezu „lernhungrig“ ist. Es braucht keinen Zwang, es will freiwillig lernen, er will seinen Erfolg und seine Fehler möglichst selbst überprüfen. Man spricht heute von der Bedeutung der „intrinsischen Motivation“ und vom Gehirn, das sein eigenes Lernen belohnt. Durch die Ausschüttung bestimmter Stoffe entsteht im Menschen beim Lernen aus eigener Initiative ein „Wohlgefühl.“

Eine weitere wichtige Erkenntnis ist, dass Lernen durch häufige Wiederholungen einer Tätigkeit oder eines Vorgangs verinnerlicht wird und somit nachhaltig ist. Im Gehirn bleiben nämlich nur Synapsen bestehen, die häufig genutzt werden und je mehr Querverbindungen entstehen, desto besser kann das Gehirn neue Erfahrungen und Informationen integrieren. Dazulernen fällt also umso leichter, je mehr man bereits weiß (Friedrich/Bordhin 2003 verglichen in Schäfer Claudia 2005, S. 27f).

## 2.4 Vorteile einer mathematischen Lernumgebung

Vielleicht stellen sich pädagogischen Fachkräfte nun trotzdem noch die Frage: Ja, braucht es denn wirklich eine eigens eingerichtete Lernumgebung für Mathematik im Kindergarten?

Mit dieser Frage sind Sie nicht allein. Hedwig Gasteiger (2009) zeigt in ihrem Ausblick zum Thema „Übergänge beim Mathematiklernen gestalten: vom Kindergarten bis zur Grundschule“, dass pädagogische Fachkräfte auch anderswo noch ratlos sind, wenn sie an die Praxis mathematischer Lerngelegenheiten denken.

„Unsicherheit gibt es [...] bei den Erzieherinnen und Erziehern hinsichtlich der Frage, ob mathematisches Lernen in Alltagssituationen im vorschulischen Bereich ausreicht oder ob ein eigenständiges Lernfeld Mathematik in der pädagogischen Arbeit der Kindertagesstätten sinnvoll und notwendig ist“ (Gasteiger in Heinze/Grüßing 2009, S. 278).

Dazu ist aufgrund von persönlichen Erfahrungen und in Anlehnung an Aussagen von Hoenisch (2007, S. 145) zu sagen:

Ja, ein eigenes Lernfeld für Mathematik ist sinnvoll und eine eigens vorbereitete Umgebung in jedem Kindergarten ist in besonderer Weise dazu geeignet, dass möglichst alle Kinder die nötigen Anregungen bekommen, um die Basiskompetenzen für ein erfolgreiches Mathematiklernen aufbauen zu können. Der Aufbau mathematischer Kompetenzen beginnt nämlich nicht erst in der Schule, sondern schon bei der Geburt. Maria Montessori hat in diesem Zusammenhang betont: „Der menschliche Geist ist ein mathematischer Geist“ und hat auf diese Erkenntnis aufbauend, didaktische Materialien entwickelt, die es Kindern ermöglichen vom Erkennen im Zusammenhang mit konkretem Material zu abstrakteren Denkprozessen zu gelangen.

Eine vorbereitete Umgebung für Mathematik lässt sich ohne Bedenken in Form von Freispiel oder gezielter Arbeit in organisierten Kleingruppen in das Tagesgeschehen integrieren und ermöglicht den pädagogischen Fachkräften, nach Auseinandersetzung mit geeigneten didaktischen Konzepten und mathematikspezifischem Grundwissen auch Alltagssituationen aufgrund des Fachwissens besser als mathematisches Lernen zu erkennen.

Durch eine mathematische Lernumgebung werden die Möglichkeiten für Kinder zahlreiche Grunderfahrungen zu machen reicher und eine gezielte Unterstützung mathematischer Denkweisen bei Kindern viel wahrscheinlicher.

Als weitere Vorteile können genannt werden:

- **Unterstützung der Lernbereitschaft**

Aus der Sicht der Kinder ist ein anregend ausgestatteter Lernbereich, der eine bestimmte Systematik und Ordnung aufweist eine Unterstützung ihrer Lernbereitschaft und ihrer Lust auf die Auseinandersetzung

- **Die Anregung zum aktiven Lernen**

Eine spezielle Lernumgebung für mathematische Bildung hat den Vorteil aktives Lernen anzuregen. Freudenthal (1973) hat dies so formuliert: „Ich glaube in der Tat, daß (sic) eine Unterrichtsorganisation erforderlich ist, die darauf abzielt, nicht das aktive Lernen zu ermöglichen, sondern das passive Lernen unmöglich zu machen“ (Freudenthal 1973, zitiert in Steinweg 2001, S. 23).

- **Die Möglichkeit, mathematisches Denken und Mathematik als Lerninhalt bewusst zu machen.**

Durch ein übersichtliches buffetartig präsentiertes Lernarrangement wird der Bildungsinhalt „Mathematik“ für Kinder, Eltern und pädagogische Fachkräfte sichtbar und mathematische Tätigkeiten werden besprechbar.

Der Mathematiker Hans Freudenthal antwortet auf die höchst interessante Fragestellung: „Wann fängt die Mathematik an? Wenn ein Kind ein Dreieck von einem Quadrat, zwei von drei, drei von vier unterscheiden kann? Oder dann, wenn während die Mutter geradeaus geht, das Kind um die Buschanlage herumläuft, um am Ende die Mutter zu überraschen? Es hängt davon ab, wie bewusst es geschieht“ (Freudenthal 1981, S.100 zitiert in Steinweg 2001, S. 24).

- **Die Förderung von inhaltsbezogenen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen.**

Verschiedene Hinweise, wie z. B. in Ausführungen zur Didaktik bei Maria Montessori oder bei Erich Ch. Wittmann, verstärken meine Annahme, dass die Materialisierung von Lernzielen in einer Lernumgebung, sowohl den Aufbau inhaltsbezogener mathematischer Kompetenzen, als auch allgemeiner mathematischer Kompetenzen fördern.

- **Gelegenheit zum Aufbau sämtlicher mathematischer Vorläuferfertigkeiten**

Eine speziell vorbereitete Umgebung stellt täglich oder zumindest regelmäßig sämtliche Gelegenheiten bereit, die wichtigen Vorläuferfertigkeiten aufzubauen, die Kinder für anschlussfähige Lernprozesse beim Übertritt in die Grundschule benötigen.

- **Tragfähige „Brückenpfeiler“ vom konkreten zum abstrakten Denken können aufgebaut werden**

Durch die entsprechend vorbereitete Umgebung wird gewährleistet, dass die Kinder im Sinne von Hoenisch (2007, S. 13 ff) kontinuierlich an ihren „Brückenpfeilern der Mathematik“ bauen können. Diese erlaubt ihnen in ihrem individuellen Tempo und mit selbst gewähltem Material tragfähige mathematische Konzepte auszubilden, die vom konkreten zum abstrakten Denken führen.

- **Mängel in der inhaltlichen vorbereiteten Umgebung werden schnell sichtbar**

Ein systematisch eingerichteter Lernbereich hat den Vorteil, dass schnell auffällt, wenn Materialien mit verschiedenem Schwierigkeitsgraden fehlen oder nicht ansprechende Aufgabenstellungen dabei sind, weil dann das Interesse an der Betätigung sehr schnell nachlassen wird. Außerdem fällt schneller auf, wenn für einen Teilbereich aus den Zielsetzungen der Rahmenrichtlinien nur wenig oder gar nichts dabei ist.

- **Die Möglichkeit, durch Differenzierung an den Interessen und den Fähigkeiten des einzelnen Kindes anzuknüpfen**

Ein Vorteil gegenüber Mathematik, nur unsystematisch im Alltag praktiziert,

dürfte darin liegen, dass ein beständiger Ort mit ansprechenden Materialien, die Kinder ihren Interessen und Fähigkeiten entsprechend, stärker und regelmäßiger zu mathematischen Handlungen anregen sowie mathematische Denkweisen anstoßen und entwickeln.

- **Unkomplizierte Nutzungsmöglichkeit bei verschiedenen Gelegenheiten**  
Alles was in einer speziell vorbereiteten Lernumgebung schon gut und zusammengehörig vorbereitet ist, kann von allen genutzt werden und dies in der Freispielzeit, bei gezielten Kleingruppenangeboten oder auch einmal für ein Spiel in der Großgruppe.
- **Eigenständige Vertiefung und Vervollkommnung ist möglich.**  
Wenn das Material nach der Einführung dann zum weiteren Erkunden und Vertiefen in der Lernumgebung zu finden ist, können Kinder eigenständig das angestoßene Interesse befriedigen und das Potential des Materials in eigenständiger Regie nutzen.
- **Ermöglicht verschiedene Sozialformen und eigenständiges Arbeiten**  
Durch die Möglichkeit der eigenständigen Handhabung des Materials und der freien Wahl von Material und Spielpartner sind für Kinder unterschiedliche Sozialformen möglich, aber auch angeleitete Kleingruppenarbeit oder Darbietungen für ein einzelnes Kind werden machbar, da die pädagogische Fachkraft nicht die Rolle der Animateurin einnimmt. Das Material selbst besitzt Anregungspotential, beinhaltet teilweise Fehlerkontrolle und ermöglicht so selbstständiges Arbeiten.
- **Fördert die Auseinandersetzung mit fachlichem Grundwissen bei Fachkräften.**  
Die Notwendigkeit geeignete Materialien auszuwählen bewirkt bei Fachkräften die Auseinandersetzung mit mathematischen Konzepten, die von Fachdidaktikern ausgearbeitet worden sind. Solche Konzepte können eine Hilfe sein, da das fachliche Hintergrundwissen dazu mitgeliefert wird und nachgelesen werden kann und dann eine solide Grundlage für den Austausch mit Kolleginnen vorhanden ist.

- **Erleichtert die Beobachtung der Kinder in Bezug auf ihr Entwicklungsthema und bietet Gelegenheit zu qualitativ hochwertiger Lernbegleitung.**

Pädagogischen Fachkräften können sich auf die Begleitung in diesem Lernbereich konzentrieren und haben durch die fachliche Auseinandersetzung ein anderes Hintergrundwissen. So gelingt es besser am Interesse und Können der Kinder anzusetzen, geeignete Unterstützung zu bieten oder Zusammenarbeit in der „Zone der nächsten Entwicklung“ nach Vygotsky (1978) zu gewähren.

- **Fördert die Fähigkeit der Fachkräfte das mathematische Potential von Situationen auch im Alltagsgeschehen zu erkennen.**

Durch die zunehmende Fachkompetenz ist es möglich auch Situationen im Alltag nicht nur anwendungsorientiert zu betrachten.

- **Fördert individuelle Lernbegleitung**

Auseinandersetzung mit den Vorläuferfertigkeiten, Handlungsweisen der Kinder und den strukturiert angeordneten Möglichkeiten des Materials, haben die pädagogischen Fachkräfte eine bessere Orientierung und Grundlage, um eine individuelle Lernbegleitung zu leisten.

All diese Vorteile sollten beim Lesen eigentlich Lust gemacht haben, sich nun vom „Wie“ und „Weshalb“ der mathematischen Lernumgebung auf das „Wie“ und „Was“ von mathematischer Bildung im Kindergarten zu konzentrieren.



## **2.5 Bedingungsfaktoren für die Unterstützung mathematischer Denkweisen bei Kindern durch pädagogische Fachkräfte**

„ ‚Mathematik‘ ist weit mehr als zählen und rechnen. Vielleicht ist es sogar einfacher, sich im Kindergarten mathematischen Themen zu nähern, als in der Schule. Es lenken keine Zahlen und Rechnungen ab... ‚Mathematik‘ betreiben heißt in Strukturen zu denken. Geometrie beginnt mit dem Begreifen von Formen, [...]“ (Kramer 2010, S. 11).

Bereits wenn ich dieses Zitat lese, sage wenigstens ich mir: Ja, es mag vielleicht einfacher sein, jedoch ist eine ganze Menge Wissen nötig, um mathematische Bildung im Kindergarten auf differenzierende Weise zu ermöglichen und dieses muss erst einmal erworben werden.

Gasteiger (2010) nennt drei Bedingungsfaktoren für eine gute Unterstützung mathematischer Bildung durch die pädagogischen Fachkräfte:

Sie unterscheidet dabei zwischen Fachkompetenz, pädagogisch- didaktischer Handlungskompetenz und der Einstellung der pädagogischen Fachkraft zum Mathematiklernen.

### ***Fachkompetenz***

Als Fachkompetenz bezeichnet sie

- Wissen um die fundamentalen, mathematischen Ideen und curricularen Inhalte,
- Grundlagenwissen über Entwicklungsprozesse mathematischer Kompetenzen beim Kind, sowie Wissen über häufige Fehlvorstellungen, sowie
- Wissen über Methoden, Materialien und Hilfestellungen für pädagogische Fachkräfte.

Dabei bildet die Fachkompetenz die Voraussetzung, um Leistungen der Kinder richtig wahrzunehmen und einzuschätzen, aber auch um konzeptionelle Vorschläge für elementare mathematische Bildung angemessen beurteilen zu können, geeignete Lernanregungen bereitzustellen und mathematisches Lernen planen zu können.

### ***Pädagogisch- didaktische Handlungskompetenz***

Pädagogisch- didaktische Handlungskompetenz nennt sie die Fähigkeit das Fachwissen zur Anwendung zu bringen; also auf der Basis der Fachkompetenz situationsangemessen

und entwicklungsangemessen zu handeln und zu reagieren. Das ermöglicht z. B. auch in alltäglichen Situationen die mathematische Bedeutsamkeit zu entdecken und bei besonderen Schwierigkeiten einzelner Kinder zu reagieren. Hilfreich dabei sind Wissen um Beobachtungshilfen und Interaktionsformen.

### ***Die Einstellung der pädagogischen Fachkraft zum Mathematiklernen***

Die Einstellung der pädagogischen Fachkraft zum Mathematiklernen ist sehr bedeutsam, da sie laut Forschungsergebnissen zur Lehrerkompetenz und –expertise im alltäglichen Umgang mit mathematischen Themenbereichen immer wieder hervortritt (vgl. Gasteiger 2010, S.150 -159). Der Niederländer Bert Van Oers (2004) schreibt über Mathematik im spielerischen Kontext Folgendes: „Während der Spielaktivitäten müssen sowohl den Kindern als auch der Pädagogin verschiedene Hilfsmittel zur Verfügung stehen. Jedoch ist auch die Sichtweise der Pädagogin über Erziehung, Lernen und Entwicklung ein zentrales Hilfsmittel- in Ergänzung zum Curriculum. Es wird (jedoch) vorausgesetzt, dass der theoretische Hintergrund der Pädagogin nicht nur eine Theorie über Lern- und Entwicklungsprozesse beinhaltet, sondern auch ein entsprechendes Verständnis von Mathematik (ich bezeichne das als ‚mathematische Epistemologie.‘[...])

Der eigentliche Erfolg des Unterstützungsprozesses beruht (jedoch) nicht ausschließlich darauf, dass diese Hilfsmittel für Pädagoginnen und Kinder zugänglich sind. Besondere Aufmerksamkeit muss [...] der aktivitätsorientierten mathematischen Epistemologie der Pädagogin zukommen, denn von ihr hängt ab, welche spezifischen Handlungen der Kinder als förderungswürdig erachtet, und welche Arbeitsmittel sie den Kindern dabei zur Verfügung stellt“ (Van Oers 2004 in Fthenakis et al, S. 319).

Und damit wird klar, dass die pädagogische Fachkraft sich auf den Weg machen und sich eine Grundlage aufbauen muss, um mathematische Bildung ernstlich zu unterstützen.

In den weiteren 2 Kapiteln wird versucht das nötige Hintergrundwissen zugänglich zu machen. Natürlich ist es eine kompakte Zusammenfassung und bedarf noch zusätzlicher Vertiefung durch gute fachdidaktische Literatur, wie ich sie am Ende der Laureatsarbeit in einer Liste nennen werde.

Die Rolle der Einstellung wird nicht in einem eigenen Abschnitt behandelt werden, aber durch die immer wieder eingestreuten impliziten Aussagen wird sich im Laufe der Lektüre dieser Laureatsarbeit, falls die Einstellung und das Hintergrundwissen zur

Mathematik nicht von vornherein schon gut sind, eine Klärung der Anforderungen für mathematische Bildung ergeben, die es der pädagogischen Fachkraft erlaubt, an ihrem evtl. negativen oder eingeschränkten Zugang zu arbeiten.

### **3. Fachliche Grundlagen zur Unterstützung elementarer, mathematischer Bildung**

Zunächst zur Klärung der Bedeutung des Begriffs Mathematik. Das Wort „Mathematik“ beruht auf dem griechischen manthanein, das soviel heißt wie „erfahren, kennen lernen“ (Harder 2010, S. 5).

Unser Gehirn hat eine Vorliebe für Muster und wieder erkennbare Ordnungen und Strukturen. Darauf baut die Mathematik auf. Mit ihrer Hilfe kann eine unendlich komplexe Welt in unserer Vorstellung besser fassbar werden (vgl. Harder 2010, S. 5f).

Bombieri (2001) betont, dass „das in der Mathematik Entscheidende nicht die einzelnen Objekte sind, sondern die Beziehungen, die zwischen ihnen bestehen, die sogenannten mathematischen Relationen“ (Bombieri 2001, S. 91 zitiert in Harder 2010, S. 5).

Mathematik im Kindergarten wird zurzeit noch ein wenig skeptisch beäugt und doch kann ich in unserem Kindergartensprengel im Austausch mit Kolleginnen bemerken, dass das Interesse durch den Bildungsauftrag in den Rahmenrichtlinien und die Aktivitäten in den Werkkreisen entfacht ist.

Nur mehr wenige vertreten folgende Meinung:

Wie, soll der Kindergarten jetzt eine Schule werden. Da werden die Lehrer aber nicht begeistert sein, wenn wir die Kinder im Kindergarten schon mit Mathematik drangsalieren!

Ich kann ganz beruhigen, denn Fachdidaktiker sind sich einig: Im Kindergarten geht es nicht darum, mathematische Inhalte der Schule vorwegzunehmen, sondern es geht um das Einüben von mathematischen Basiskompetenzen oder Vorläuferfähigkeiten, wie sie auch genannt werden.

Neuere Forschungen belegen, dass die vorschulische Mengen- und Zahlenkompetenz eine wichtige Voraussetzung für den Erwerb der Grundschulmathematik darstellt. Durch die Automatisierung von einfachem numerischem Basiswissen, wie das durch das spielerische Tun möglich ist, erhöht sich die Geschwindigkeit, mit der der Zahlenbegriff abgerufen werden kann (vgl. Schilling et al. 2007, S. 9).

Blickt man in die fachdidaktische Literatur, so kann man erkennen, dass der Markt zurzeit förmlich von Anregungen für die praktische Ausgestaltung mathematischer Bildung

überquillt. In der Fülle des Angebots ist Orientierung schwierig. Auch die Anzahl der empirischen Untersuchungen, die den Einsatz der didaktischen Konzepte evaluieren, ist noch spärlich.

Kinder von drei bis sechs Jahren haben mit Tätigkeiten, die mathematisches Denken fördern, im Kindergarten kein Problem, weil es ihrem natürlichen Interesse entspricht zu ordnen, Muster zu legen, zu zählen, zu messen, zu wiegen, zu bauen. Wenn wir ihnen zusätzliche Anregungen geben, begrüßen sie dies mit Freude. Kinder nehmen alles, was wir ihnen zur Verfügung stellen und wovon wir Erwachsenen selbst begeistert sind, als Entwicklungsanreiz an.

Allerdings ist es, wie ich schon mehrmals angeführt habe eine Tatsache, dass Kindern oft weniger zugetraut wird als sie zu lernen in der Lage sind und dass besonders bestimmte Teilgebiete, unter anderem auch Anregungen für mathematische Bildung, dabei ausgespart werden.

Wenn wir Kinder beobachten, können wir erkennen, dass das kindliche „Interesse oft auf spezifische Inhalte begrenzt“ (Chi/Glaser/Farr 1988 in Leuchter 2010, S. 11) ist, in denen Kinder aufgrund ihres Wissensdursts zu Experten werden und etwa über Dinosaurier viel mehr Wissen haben als ein erwachsener Laie (vgl. Chi/Glaser/Farr 1988 in Leuchter 2010, S. 11). Das zeigt deutlich, dass wir Kindern in kognitiver Hinsicht viel mehr zugetrauen könnten, als dies zurzeit in Kindergärten der Fall ist.

Seit ca. fünfzehn Jahren werden die Forschungsaktivitäten zum Vorwissen in vielen Lernbereichen intensiviert. Besonders die Bereiche Sprache, Mathematik und Naturwissenschaften stehen dabei im Mittelpunkt und die Ergebnisse zeigen, dass Vorläuferfähigkeiten zu einer positiven Leistungsentwicklung führen (vgl. Baumann Schenker/Schneider, Moser Opiz und Möller/Steffensky in Leuchter 2010, S. 11).

Trotz der eindeutigen Forschungsbefunde und der Aufträge in den Bildungsplänen sind Eltern, pädagogische Fachkräfte, aber auch Lehrkräfte aufgrund eigener negativer Erfahrungen mit Mathematik voreingenommen, wenn es um die Vorstellung geht, im Kindergarten Mathematik zu praktizieren und mathematische Denkweisen gezielt zu fördern. Solche Erfahrungen hat auch nachstehende Autorin gemacht:

„Mathematiklernen wird nicht selten als abstraktes und mit den Erfahrungen der Kinder kaum verbundenes, trockenes ‚Regelwerk‘ verstanden. Mathematiklernen wird oft als Lösen von Arbeitsblättern mit Kopfrechenaufgaben und damit als Aktivität gesehen, die

wenig Möglichkeiten lässt zur freien Entfaltung, zum spielerischen Umgang und zum Entdecken und Explorieren“ (Moser Opiz in Leuchter 2010, S. 147).

### **3.1 Eine neue Sichtweise von Mathematik**

Allerdings hat sich die Sichtweise von Mathematik in jüngster Zeit durch verschiedene Publikationen und didaktische Konzepte verändert und wird so für immer mehr Kinder und pädagogische Fachkräfte nicht mehr zum Schreckensfach.

Mathematik wird heute nicht mehr als Sammlung von Formeln und abstrakten Zeichen aufgefasst, die als fertiges System gelernt werden muss. Im heutigen Verständnis von Mathematikdidaktik wird Mathematik als etwas betrachtet, dem zwar ein beziehungsreiches System innewohnt, ähnlich der Grammatik, das man idealerweise aber bereits im Kindergarten in geeignetem Rahmen auf verschiedenen Ebenen handelnd (auch wie bei der Sprache) entdecken kann und soll.

Diese Aussage bedeutet als direkte Konsequenz für die Vorbereitung der Lernumgebung zum einen, dass Materialien bereitstehen müssen, die auf kognitiver Ebene vom konkreten Handeln zum abstrakteren Erkennen führen und auch auf Materialebene von dreidimensionalen Gegenständen über die Bildebene zum Arbeiten mit Symbolen führen. (beim Montessorimaterial z.B. Numerische Stangen, Ziffern und Chips, selbstständiges Schreiben von Ziffern) und zum anderen, dass entwicklungsbegleitende Interaktion durch die pädagogische Fachkraft auch auf drei Ebenen erfolgen muss.

Maria Montessori lehrt in ihrer Didaktik bei der Begriffsbildung immer den Weg vom Kennenlernen zum Wiedererkennen zum Beherrschen und Weinhäupl (2011; Vorlesung an der Fakultät für Bildungswissenschaften in Brixen) fügt als vierte Stufe sinngemäß immer hinzu: Zum Wiedererkennen und Anwenden des Wissens in der Wahrnehmung bzw. durch Handeln im Alltag.

Die Notwendigkeit, entwicklungsbegleitende Anregung auf unterschiedlichen Ebenen zu geben, wird durch die Ausführungen von Fthenakis (2009, S. 14f) innerhalb der formulierten Bildungsziele früher mathematischer Bildung, im Kontext seiner Auseinandersetzungen mit den Bildungsplänen, deutlich.

Wichtig ist seine Strukturierung deshalb, um nachher auch besser die Ausführungen zum Bildungsplan verstehen zu können.

Er differenziert zuerst einmal innerhalb der Dimensionen mathematischer Bildung und greift dabei Aspekte auf, die zum Teil unausgesprochen in Bildungsplänen mitgemeint sind (2009, S. 14f).

Das sind „zum einen inhaltliche Aspekte mathematischer Bildung, in denen zusammengefasst wird, mit *was* sich die Kinder im Rahmen dieser Bereiche auseinandersetzen, zum anderen, Ebenen der mathematischen Bildung, die sich danach unterscheiden, *auf welchem Abstraktionsniveau* diese Auseinandersetzung erfolgt“ (ebd. 2009, S. 14).

Er bezeichnet diese zwei Aspekte mit den Begriffen „Bereiche der frühen mathematischen Bildung“ und „Ebenen der frühen mathematischen Bildung“ (ebd. 2009, S. 14).

Während die Bereiche auch in unseren Rahmenrichtlinien explizit genannt werden, bleiben die für die didaktische Handlungskompetenz sehr wichtigen Ebenen leider unausgesprochen. Das hat auch bei mir so einiges Suchen bewirkt, wie bei der Klärung der Inhalte in weiterer Folge dieser Ausführungen wahrscheinlich zu erkennen sein wird, aber für die Leserinnen und Leser ihre eigenen Orientierungsschwierigkeiten beim Versuch, den Bildungsplan für die Praxis zu interpretieren, vielleicht verständlich machen.

Die Ebenen sollen deshalb hier kurz, aber nachvollziehbar dargestellt und mit einem konkreten Beispiel erläutert werden.

Die Ebenen der frühen mathematischen Bildung sind:

- „Mathematische Grunderfahrung
- Sprachlicher Ausdruck und
- Vertiefung des Verständnisses“

Die Ebenen sind innerhalb eines Bereichs jeweils miteinander verzahnt und bauen aufeinander auf:

Auf der Ebene der mathematischen Grunderfahrungen sammeln Kinder zunächst sinnesbasierte Erfahrungen in jedem Bereich der elementaren mathematischen Bildung.

An diese Erfahrungen knüpft die Stärkung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit an, indem Kinder dazu angeregt werden, ihre Erfahrungen und Ideen sprachlich zu formulieren und auszutauschen.

Auf der dritten Ebene geht es dann darum, mathematische Fragen, Phänomene und Lösungsideen sprachlich genau auszudrücken (ebd. 2009, S. 14).

Die dritte Ebene kann im Kindergarten erworben werden, wenn Kinder die Möglichkeit haben, durch professionell gestaltete Lernumgebungen und geschickte Interaktion mit der begleitenden Fachkraft, die erste und zweite Ebene auf vielfältige Weise zu durchlaufen. Auf der dritten Ebene können Kinder von den unmittelbaren, konkreten Beobachtungen abstrahieren und im Austausch mit anderen auch im Alltag Prinzipien, Regelmäßigkeiten und Sinnbezüge erkennen und sich so gemeinsam ein vertieftes mathematisches Verständnis aufbauen.

Das Verständnis dieser Ebenen ist für die didaktische Handlungskompetenz einer Fachkraft sehr wichtig. Mit einem praktischen Beispiel im Bildungsbereich „Sortieren und Klassifizieren“ soll dies erreicht werden.

**Mathematische Grunderfahrung:**

Gegenstände sortieren und Klassifizieren (Alle gleichen Tiere aus einer Sammlung von Hunden und Schmetterlingen aussuchen)

**Sprachlicher Ausdruck:**

Auf der Basis sprachlicher Begriffe klassifizieren (Alle Hunde und Schmetterlinge durch wörtliche Anleitung aussuchen, bzw. nachher mit dem Begriff benennen; oder eine andere Klassifizierung durch andere Begriffe anregen: alle die Flügel haben, alle die ein scharfes Gebiss haben, usw.).

**Vertiefung des Verständnisses:**

Klassifikationen reflektieren und Beziehungen zwischen Ober- und Unterklassen herstellen (Alle sind Tiere, die einen sind Insekten, die anderen Säugetiere).

Diese Niveaus ähneln jenen von Maria Montessori in ihren Darbietungen angewandeten und auch materialisierten Niveaus und jenen der „Bauphasen der Brücken“ bei Hoenisch



(2007, S. 29f; und in dieser Arbeit 3.1.2) Allen dreien liegen die Erkenntnisse der kognitiven Entwicklungsstadien des Schweizer Wissenschaftlers Jean Piaget zugrunde.

Die in den Worten Fthenakis formulierten Begriffe bieten sich aber für ein gemeinsames Verständnis und eine gemeinsame Sprache, unabhängig von didaktischen Konzepten an. Richtig interpretiert lassen sich alle drei Begriffe, unabhängig vom Fachjargon der pädagogischen Konzeptionen, beim Austausch unter Fachkräften einsetzen.

Das dahinterliegende gemeinsame Wissen um verschiedene Niveaus ist auf alle Fälle (konzeptunabhängig) dazu geeignet, auch in Alltagssituationen und bei verschiedensten Materialien, unabhängig von der Materialarbeit Maria Montessoris didaktisch handlungsfähig zu sein.

Um die Entwicklung auf diesen Niveaus zu anregen zu können, ist die Notwendigkeit der Vorbereitung einer mathematischen Umgebung zur Unterstützung fundierter Möglichkeiten bei den Kindern und der Anregung zur Professionalisierung der Fachkräfte wahrscheinlich immer deutlicher nachvollziehbar.

Eine mathematische Lernumgebung mit ausgewählten Materialien wird die Fachkräfte dabei unterstützen, jene Kompetenzen aufzubauen, die „reine Mathematik“, wie sie Wittmann 2011 bei der Fortbildung zu „mathe 2000“ im Kindergartensprengel Neumarkt nennt, zu erkennen.

Was er genau damit meint, erkläre ich durch die Strukturierungen mathematisch gehaltvoller Situationen anhand der Autoren des Konzeptbuches „MATHELino.“

Den Schweizer Mathematikdidaktikern und Autoren des Konzeptbuches „MATHELino“ Thomas Streit und Christine Royar (2010, S. 22ff) ist es nämlich in besonderer Weise gelungen, diesen Anwendungs- und Strukturaspekt, den Wittmann mit seiner Aussage deutlich machen will, in mathematisch gehaltvollen Situationen herausgearbeitet und für die Praxis verständlich aufbereitet zu haben. In ihrem „KSM-Modell“, das für **Kernbereiche**, **Sichtweisen** und **Methoden** steht, unterscheiden sie:

**Kernbereiche:** (Maß- Zahl-Raum/Form)

**Sichtweisen:** (Sichtweisen auf mathematische Inhalte: strukturorientiert oder anwendungsorientiert)

**Methoden:** methodische Zugänge: frei, arrangiert, instruiert.

An dieser Stelle sei nur noch vermerkt, dass sie dabei auch noch hilfreich zwischen freien, arrangierten und angeleiteten Situationen bei Erfahrungen mit dem Material

unterscheiden und die Theorie mit Praxisbeispielen und Beobachtungsbeschreibungen benutzerfreundlich und verständlich darstellen. In Kapitel 4 werden weitere Anregungen aus diesem Konzeptbuch vorgestellt.

Zunächst möchte ich aber noch anführen, welche Sicht Mathematiker, Mathematikdidaktiker bzw. Bildungswissenschaftler und Bildungspraktiker selbst von Mathematik haben, weil dadurch auch unsere Sicht auf das Fach verändert wird und dies, wie wir bereits gehört haben, für die gute Lernbegleitung unerlässlich ist.

Die heutige Mathematikprofessorin Susanne Steinweg (2001) deutet in ihrer Dissertation bereits auf die veränderte Sichtweise unter den Experten hin:

„Wenn Mathematik nicht als fertiges Produkt, sondern als menschliche Aktivität verstanden wird, kann sie in ihrer Schönheit und besonders in ihren Mustern faszinieren“ (Steinweg 2001, Vorwort).

### **3.1.1 Mathematik als Tätigkeit**

„Der berühmte Mathematiker Hans Freudenthal definiert die Mathematik in seinem Werk „Mathematik als pädagogische Aufgabe“ als Tätigkeit. Er wendet sich damit gegen die althergebrachte Auffassung von Mathematik als Fertigprodukt, die deshalb entsteht, weil in der mathematischen Literatur nur die Ergebnisse der Forschung veröffentlicht werden.

„Daß (sic) es neben der Mathematik noch Mathematik als Tätigkeit gibt, weiß jeder Mathematiker unbewußt (sic), aber nur wenigen scheint es bewußt zu sein, und da es nur selten betont wird, wissen Nichtmathematiker es gar nicht“ (Freudenthal 1973 zitiert in Steinweg 2001, S. 23).

Freudenthal beschreibt die mathematische Tätigkeit als Tätigkeit des Ordnen der Welt und ihrer Phänomene einerseits und andererseits als Tätigkeit, in der die Mathematik selbst zum Gegenstand des Ordnen wird. Da sich Ordnungssysteme ständig ändern, ist es für Freudenthal schwer, auf die Frage: Was ist Mathematik? zu antworten. „Die Mathematik ist eben niemals fertig- alle, die ein System anbeten, mögen es sich gesagt sein lassen“ (Freudenthal 1973, verglichen bzw. zitiert in Steinweg 2001, S 23).

In seinen Ausführungen hält sich Freudenthal an die HIELE'sche Stufen Theorie. Diese Theorie besagt, dass die mathematische Auseinandersetzung in verschiedenen Phasen verläuft:

- Erscheinungen werden geordnet und phänomenologisch erfahren
- Eigenschaften und Konzepte können begrifflich bestimmt werden und schließlich
- kann auf der Metaebene das erkannte logische System selbst zum Gegenstand des entdeckenden Lernens werden.

Können Leserinnen und Leser in eben zitierter Stufentheorie nicht wieder das in anderen Worten vorgestellte Niveauekonzept von Fthenakis, Hoenisch; Montessori; Piaget erkennen?

Steinweg führt in Anlehnung an Freudenthal (1973) weiter aus: „In jeder Phase spielen Entdeckungen eine große Rolle. Diese Entdeckungen müssen stets vom Lernenden selbst gemacht werden. Es genügt nicht, wenn die Erkenntnisse dem Lernenden von außen durch den Lehrer- zugetragen werden, im Gegenteil, es schadet sogar“ (Steinweg 2001, S. 24).

### **3.1.2 Mathematik als Denkart**

Nancy Hoenisch sagt in ihrem Buch „MATHEKINGS“: „Gerade für junge Kinder ist Mathematik eine Denkart, kein System von Symbolen und Formeln. Wenn wir sie zu eigenen logischen Denkweisen ermuntern, stärken wir ihr Vertrauen in ihr Denken“ (Hoenisch 2007, S.11).

Wenn Kinder eine Umgebung haben, in der sie mit verschiedenen Materialien hantieren und experimentieren können, machen sie viele Erfahrungen, die mathematisches Verständnis unterstützen. Während sie in ihrem Alltag mit Mathematik spielen, erfahren sie deren Sinn und wachsen mit einer Vorliebe für Mathematik heran. Sie reden über ihr Tun, während sie mit einer Waage spielen, sie stellen fest, was mehr wiegt, fragen sich warum und finden eine Erklärung dafür.

Kinder nähern sich dem logischen Denken, indem sie Ideen austauschen, indem sie die eigene Lösung mit der Lösung des anderen Kindes vergleichen.

Kinder lernen durch Sehen, Greifen, Tasten, Fühlen, also durch Tun und durch die Fragen, die sie sich dabei stellen. Kinder lernen besser gemeinsam als allein. Wir können ihre Wissbegierde nutzen, um sie beim Begreifen mathematischer Zusammenhänge zu unterstützen und ihre Aufmerksamkeit auf Problemlösungen durch Kommunikation lenken.

Hoenisch nennt die Problemlösekompetenz den Schlüssel zum Erfolg in allen Bereichen der Mathematik. Indem Kinder strittige Fragen durchdenken, lernen sie Probleme lösen und erfahren dabei, dass es unterschiedliche Wege gibt, an ein Problem heranzugehen. Sie lernen auch, dass dabei unterschiedliche Lösungen möglich sind. Schlussfolgerndes Denken ist ein Teil der Problemlösungsprozesse. Weil Wörter die Werkzeuge des Denkens sind, schaffen wir dadurch, dass wir das sprachliche Verständnis fördern, die Grundlage für schlussfolgerndes Denken.

Die Welt der Kinder im Kindergarten besteht zunächst aus Dingen zum Anfassen und Manipulieren. Durch Erfahrungen, die es mit Materialien und andern Menschen macht, konstruiert es sich selber eine stabile Brücke, um vom eigenen konkreten Handeln zum Gebrauch der abstrakten Symbole der Erwachsenen zu gelangen. Dabei durchläuft es die konkrete Phase, die Übergangphase und die abstrakte Phase, die mit den Niveaus eins bis vier aus Piagets Theorie zur kognitiven Entwicklung übereinstimmen. Die Pfeiler dieser Brücken sind die mathematischen Konzepte zum Sortieren und Klassifizieren, das Konzept Muster, das Konzept zur Zahl, zum Raum und zur Geometrie. Das Konzept zum Wiegen, Messen und Vergleichen, das Konzept zur grafischen Darstellung und Statistik. Alle diese Konzepte erwirbt sich das Kind laut Piaget, wenn die damit zusammenhängenden Tätigkeiten ihren Interessen entsprechen, die Kinder frei von emotionalen Hemmungen sind, sich nicht minderwertig fühlen und beschämt werden, wenn sie autonom sein dürfen, also eigene Entscheidungen treffen dürfen, ohne dafür vom Erwachsenen belohnt oder bestraft zu werden. Auf diese Weise geben wir Kindern Mittel in die Hand, sich neues Wissen eigenständig zu konstruieren. Wir müssen zugleich aber auch zulassen, dass sie ihre eigene Denkweise formen (vgl. Hoenisch 2007, S. 11 ff).

### **3.1.3 Mathematik als Wissenschaft von schönen Mustern und nützlichen Strukturen**

Mathematik als Wissenschaft von schönen Mustern und nützlichen Strukturen drückt die Auffassung von Mathematik von Erich Ch. Wittmann in seinem mathe 2000-Frühförderprogramm aus und deutet damit auch gleich in dieselbe Richtung wie Freudenthal, nämlich auf den tätigen, entdeckenden Zugang zu den Ordnungen, die es handelnd zu verstehen gilt.

Pauen (2009) betont „Deshalb muss Mathematik als Wissenschaft von schönen und nützlichen Mustern und Strukturen von Kindern auch von Anfang an in ihrer Schönheit und Unverfälschtheit erfahren werden“ (vgl. Pauen & Herber 2009, S. 55).

Das Schlüsselwort für das Erkennen, Erfinden und Fortsetzen von Mustern heißt „IMMER“ bzw. „IMMER WIEDER“. Die Frage und die Erkenntnis des „IMMER“ legt den Grundstein für das verallgemeinernde Denken.

Wichtig ist in diesem Zusammenhang die Muster zu thematisieren, über Muster zu reden (vgl. Harder 2010, S. 5f).

Ein Ausschnitt aus einer Rede des Physik- Nobelpreisträgers Richard Feynman kann verständlich machen, was Muster zu thematisieren bereits in frühem Alter bedeuten kann: „Als ich noch ganz klein war und in einem Hochstuhl am Tisch aß, pflegte mein Vater mit mir nach dem Essen ein Spiel zu spielen. Er hatte aus einem Laden in Long Island eine Menge alter rechteckiger Fliesen mitgebracht. Wir stellten sie vertikal auf, eine neben die andere, und ich durfte die erste anstoßen und beobachten, wie die ganze Reihe umfiel. So weit, so gut. Als nächstes wurde das Spiel verbessert. Die Fliesen hatten verschiedene Farben. Ich musste eine weiße aufstellen, dann zwei blaue, dann eine weiße, zwei blaue, usw. Wenn ich neben zwei blauen eine weitere blaue setzen wollte, bestand mein Vater auf der weißen. Meine Mutter, die eine mitfühlende Frau ist, durchschaute die Absichten meines Vaters und sagte: ‚Mel, bitte lass den Jungen eine blaue Fliese aufstellen, wenn er das möchte. Er ist ja noch so klein.‘ Mein Vater erwiderte: ‚Nein, ich möchte, dass er auf Muster achtet. Das ist das einzige, was ich in seinem jungen Alter für seine mathematische Erziehung tun kann.‘ Wenn ich einen Vortrag über die Frage ‚Was ist Mathematik halten müsste, hätte ich damit die Antwort schon gegeben. Mathematik

heißt: auf Muster achten“ (Feynman 1968, S. 313-320, übersetzt von E. Ch. Wittmann, zitiert in Pauen & Herber 2009, S. 55).

### **3.1.4 Mathematik als Entdeckung**

Spiegel & Selter (2004) drücken die heutige Sicht auf den entdeckend, entwickelnden Erwerb von mathematischem Wissen durch einen Vergleich mit einem anderen Fachbereich aus:

„So wie die Worte „Kunst“ und „Musik“ nicht nur für etwas schon Fertiges stehen – die Bilder oder die Musikstücke-, sondern auch für das, was Künstler und Musiker tun, nämlich malen und musizieren, so steht „Mathematik“ auch für eine Tätigkeit, bei der Intuition, Phantasie und schöpferisches Denken beteiligt sind, man durch eigenes und gemeinschaftliches Nachdenken Einsichten erwerben und Verständnis gewinnen kann und selbstständig Entdeckungen machen und dabei Vertrauen in die eigene Denkfähigkeit und Freude am Denken aufbauen kann“ (Spiegel & Selter 2007, S. 47).

Auch Harder (2010) betont in ihrer Fortbildung, dass es wichtig ist, gemeinsam mit den Kindern sensibel gegenüber Mustern und Strukturen in der Umwelt zu sein. Weiters ist es wichtig, dass dies bewusst und reflektiert geschieht und mit Kindern auch kommuniziert werden kann. Es ist sehr wichtig mit Kinder über MATHEMATIK ZU REDEN: Kinder sollen Gelegenheit haben über Lösungsprozesse und Eigenproduktionen zu sprechen (vgl. Harder 2010, S. 7).

### **3.1.5 Mathematik als neue Herausforderung für die Frühpädagogik**

„Aus der entwicklungspsychologischen Forschung erfolgt für die mathematische Bildung im Elementarbereich insgesamt, dass Kindern größere Kompetenzen und Erkenntnisfähigkeit zuzutrauen sind, als das durch Forschungen von Piaget lange Zeit angenommen wurde. Wichtig für die Praxis in den Kindergärten ist es dabei zu erkennen, dass kognitive Leistungen von Kindern in diesem Alter häufig von dem konkreten Inhalt der Aufgabe und dem situativen Kontext abhängig sind“ (Fthenakis 2009, S. 66).

Folgende positive Sicht auf die Lern- und Erkenntnisfähigkeit von Kindern ist im mathematischen Bildungsbereich laut Fthenakis (2009, ebenda) angebracht:

- Es gibt keine Altersgrenze, ab der Kinder prinzipiell erst von mathematischen Lern- und Erfahrungsmöglichkeiten profitieren würden. Es ist also sinnvoll, schon junge Kinder dabei zu unterstützen, mathematische Phänomene zu verstehen, da sie diese nutzen, um ihr Wissen zu erweitern und ausgefeilte Erklärungen zu entwickeln.
- Klein- und Vorschulkinder bringen vielfältige mathematische Interessen und Kompetenzen mit, die die mathematische Bildung aufgreifen kann.
- Bei aller Lernfreude und Lernfähigkeit dürfen Kinder nicht überfordert werden, indem zum Beispiel schulische Lernformen und Inhalte ins Kindergartenalter vorgezogen werden.

### **3.2 Curriculare Inhalte für mathematische Bildung im Kindergarten**

Bei der Vorbereitung dieser Arbeit durch Literaturstudium habe ich verschiedene Bildungspläne und Fachbücher verglichen und versucht eine Abgleichung der Inhalte herauszufiltern. Es werden nicht gleiche Begriffe verwendet und auch inhaltlich gibt es Unterschiede. Schwierig ist es auch, die verschiedenen Ebenen der Bereiche, Ziele, Denkweisen zu unterscheiden, was durch die Aussage von Fthenakis (2009, S. 14; und in dieser Arbeit in Abschnitt 3.1, S. 47) verständlich wird, wenn sogar Experten sich dabei schwer tun.

Die Unterschiede sind im sprachlichen Ausdruck, im Umfang als auch bei inhaltlichen Schwerpunkten bzw. Empfehlungen auszumachen. Durch intensiven Vergleich können aber doch viele Übereinstimmungen ausgemacht werden.

Zur Veranschaulichung werden hier einige Beispiele angeführt, die zeigen, dass zwar Unterschiede da sind, für die praktische Umsetzung in den Kindergärten aber individuell ein eigenständiger Weg bezüglich Ausmaß der Inhalte gesucht werden muss und darf.

In den Bildungsstandards der deutschen Kultusministerkonferenz (2004) wird im Bereich Mathematische Bildung bzw. Mathematikunterricht für alle Schulstufen zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen (Problemlösen, Argumentieren, Mathematik praktisch anwenden, Kommunizieren) und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen (Zahlen und Operationen, Raum und Form, Größen und Messen, Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit) unterschieden.

Dabei werden erstere im Lehr-Lernprozess heute sehr betont, was sich auch aus dem dargestellten modernen Verständnis von Mathematik erkennen lässt.

Laut Aussagen des Mathematikers und Mitentwicklers der „Mathe 2000 Frühförderung“ Erich Ch. Wittmann sind Arithmetik, Geometrie und Logik für alle Schulstufen grundlegend und viele Aspekte davon auch schon für den Kindergarten wichtig.

Wittmann (2011) sieht die zentralen Ziele der mathematischen Frühförderung in der Förderung der numerischen Bewusstheit, (Anfang der Zahlenreihe kennen, Zahlaspekte unterscheiden, Schulung der strukturierten Anzahlerfassung) der Förderung der Formbewusstheit (Grundformen unterscheiden und Lagebeziehungen kennen lernen, Formen herstellen und mit ihnen operieren, Schulung der Feinmotorik) und der Logik



(Gegenstände nach Eigenschaften und Beziehungen vergleichen, ordnen und zuordnen, sowie Regeln beachten).

In nachstehender Übersicht sind die für die Anwendung im Kindergarten relevanten Grundideen für Arithmetik und Geometrie blau markiert und so sofort erfassbar.

<b>Grundideen der Arithmetik:</b>	<b>Grundideen der Geometrie:</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Zahlenreihe (ordinal), Anzahlbegriff (kardinal)</li><li>• Rechnen, Rechengesetze, Rechenvorteile</li><li>• Zehnersystem</li><li>• Rechenverfahren</li><li>• Muster und Gesetzmäßigkeiten</li><li>• Zahlen in der Umwelt</li><li>• Sachrechnen</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Geometrische Formen und ihre Herstellung</li><li>• Operieren mit Formen (Legen, Spiegeln, ...)</li><li>• Koordinaten</li><li>• Maße</li><li>• Muster und Gesetzmäßigkeiten</li><li>• Formen in der Umwelt</li><li>• Anwendungen der Geometrie</li></ul>

Abb. 2: Grundideen der Arithmetik und Geometrie (vgl. Wittmann 2011, Unterlagen zur Fortbildung „Mathe 2000“)

Harder (2010) stellt in ihrer Fortbildung zur mathematischen Frühförderung als zentrale Aspekte Arithmetik, Geometrie, Sachsituationen (alltägliche Probleme mathematisch lösen) und pränumerische Aktivitäten, wie Mengenbildung, Eins- zu –Eins- Zuordnung und Mengenerfassung in den Mittelpunkt.

Für Weinhäupl, Dozent für Didaktik der Mathematik an der Freien Universität Brixen, (2011) ist wesentlich, dass wir den Kindern vor allem helfen, ihre Sensibilität für Ordnungen und Strukturen zu erkennen und zu entwickeln. Inhaltlich geht es ihm dabei um die Anbahnung mathematischer Denkweisen in handlungsorientierten Situationen und zwar um:

- Feststellen von Eigenschaften durch Vergleichen und Unterscheiden (Überprüfen inwieweit Übereinstimmung der Merkmale besteht bzw. feststellen dass zumindest bei einer Eigenschaft keine Übereinstimmung besteht.)
- Begriffe bilden durch Ordnen, Zuordnen, Zusammenfassen

(durch Abstrahieren und Klassifizieren, in bestehende Klassen einordnen, durch Ausscheiden von Merkmalen Oberbegriffe bilden.)

- Herstellen von Beziehungen und ums Symbolisieren.

Zur besseren Verständlichkeit werden die Begriffe Abstraktion, Klassifikation und Symbolisieren näher erläutert.

*Abstraktion:* ist ein zur Begriffsbildung (Klassifikation) führender Prozess, bei dem die unter einem Aspekt als wesentlich erscheinenden Merkmale der Dinge hervorgehoben und die unwesentlichen unterdrückt werden. Abstraktion ist eine Fähigkeit, die nur dem Menschen eigen ist.

*Klassifikation:* ist eine Operation, die darin besteht, die Elemente einer Gesamtheit von Objekten mit Hilfe eines gemeinsamen Merkmals, das als Klassifikationsmerkmal dient, in Klassen einzuteilen. Jedes Objekt ist damit klassifiziert und gehört jeweils einer bestimmten Klasse an. Bestehende Klassen können wieder klassifiziert und in eine hierarchische Ordnung gebracht werden. So ist die Bildung von Ober – und Unterbegriffen möglich.

*Symbolisieren:* Symbol ist im Allgemeinen ein Zeichen bzw. ein Sinnbild, das stellvertretend für etwas nicht Wahrnehmbares (Gegenstand, Handlung, Vorgang) steht. Im engeren Sinn bezeichnet Symbolisieren jedes Bild- oder Schriftzeichen „mit verabredeter oder unmittelbar einsichtiger Bedeutung, das zur verkürzten oder bildhaften Darstellung eines Begriffs“ (Weinhäupl 2011, Vorlesungsunterlagen aus „Didaktik der Mathematik“), Objekts, Verfahrens, Sachverhalts verwendet wird (vgl. Weinhäupl 2011).

In diesem Zusammenhang ist es wichtig, dass besonders in der frühen mathematischen Bildung „Lernen mit allen Sinnen“ nicht missverstanden werden darf. Sinnesreize allein lösen noch keine Lernprozesse aus; erst die bewusste Wahrnehmung führt zu Veränderungsprozessen im Gehirn. In Verbindung mit Sprache kann das Wahrnehmen weiter sensibilisiert und bewusst gemacht werden (vgl. Weinhäupl 2011).

Gerade die eben gemachten Aussagen von Weinhäupl und jene von Hoenisch (2007) in Absatz 3.1.2 lassen in Bezug auf die Vermittlungsebene wiederum das Wesentliche erkennen:

Es geht in allen Inhaltsbereichen der Mathematik im Kindergarten (Zahlen und Operationen, Raum und Form, Größen und Messen, Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit) um aktive Auseinandersetzung in Handlungssituationen. Alle angeführten Denkweisen entwickeln sich durch die Auseinandersetzung in konkreten Situationen und lassen tragfähige mathematische Konzepte entstehen, die den Kindern dann auch abstraktes Denken ermöglichen. Die Leitlinien für die Umsetzung mathematischer Bildung im Kindergarten dürften nun sehr deutlich geworden sein.

Nichtsdestotrotz führe ich noch explizit die Inhaltsbereiche aus den Rahmenrichtlinien an und analysiere die Aussagen darin genau, weil ein Teil meiner empirischen Forschung dann auf die Einteilung der darin angeführten Bildungsbereiche aufbaut.

### **3.2.1 Das Bildungsfeld Mathematik in den Rahmenrichtlinien**

In den Rahmenrichtlinien für den Kindergarten in Südtirol ist der Bildungsbereich Mathematik unter der Bildungsvision „Lernende, forschende und entdeckungsfreudige Kinder“ zu finden.

Der Text gliedert sich in einen einleitenden Teil mit einigen Orientierung gebenden Gedanken für die Anwendung und einen zweiten Teil mit der Beschreibung der Bildungsbereiche.

Die in Absatz 3.1 in Anlehnung an Fthnakis (2009, S. 14) angeführten Ebenen des Aufbaus mathematischer Kompetenzen sind nicht explizit angeführt.

#### **Orientierung gebende Gedanken**

„Mathematisches Denken und Kompetenzen wie Ordnen, Sortieren und Klassifizieren“ werden als Hilfen genannt, durch die Kinder in der Lage sind, die „komplexe Welt zu strukturieren, zu verstehen und sich darin zurechtzufinden“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 37).

Der Bildungsplan weist darauf hin, dass das Kind sich bereits in den ersten Lebensjahren Grundlagen mathematischen Denkens aneignet, wenn es erste Erfahrungen mit Raum und Zeit, sowie mit mathematischen Operationen wie Wiegen, Messen, Schätzen, Ordnen und Vergleichen machen kann.

Es wird betont, dass genau an diesem frühen Zugang zur Mathematik anzusetzen, Vorwissen und natürliches Interesse aufzugreifen sei und Kinder angeregt werden sollen, Mathematik in ihrer Lebenswelt zu entdecken.

Es wird weiters darauf hingewiesen, dass viele Alltagssituationen und Aktivitäten Kindern Gelegenheit bieten können, sich aktiv mit mathematischen Phänomenen auseinanderzusetzen.

Deutlich ausgedrückt ist im Text, dass Alltagssituationen nicht bereits automatisch mathematische Lerngelegenheiten sind, sondern nur oder vor allem dann, wenn ihr mathematischer Aspekt Kindern in Interaktion miteinander und mit Erwachsenen verdeutlicht wird. Hingewiesen wird in diesem Zusammenhang auch auf die entscheidende Rolle des sprachlichen Ausdrucks und die Interaktion für den Aufbau mathematischen Verständnisses (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S. 37).

Als Bildungsbereiche für Mathematik gelten laut Rahmenrichtlinien (Deutsches Schulamt 2008, S. 39) folgende:

*„Klassifizieren und Sortieren nach Merkmalen*

Das Kind sortiert Dinge nach einem oder mehreren Merkmalen; es benennt diese Merkmale sprachlich und fasst Unterklassen nach gemeinsamen Merkmalen zu Oberklassen zusammen.

*Entdecken, Beschreiben und Herstellen von Mustern und Reihenfolgen*

Das Kind entdeckt Muster in seiner Umwelt und stellt selbst Muster her; es beschreibt Muster und setzt angefangene Muster fort. Es bringt Dinge in eine Reihenfolge, z.B. nach ihrer Größe; es beschreibt Reihenfolgen sprachlich (ist größer als) und mit Ordnungszahlen (erster, zweiter, dritter).

*Erkennen zeitlicher Ordnung und Verstehen und Verwenden von Zeitangaben*

Das Kind erfährt zeitliche Abfolgen und Rhythmen; es erkennt Ordnung auch im zeitlich wiederkehrenden Geschehen (Jahresfeste, Rituale, Kinderkonferenz). Das Kind versteht und verwendet grundlegende Zeitangaben (vorher – nachher, heute – gestern – morgen, Tag – Woche – Monat) und Zeitmessungen (Kalender, Uhr). Es plant und strukturiert Arbeitsabläufe.

*Erleben, Beschreiben und Vermessen von Raum und Form*

Das Kind erlebt verschiedene Positionen des eigenen Körpers im Raum; es beschreibt Positionen, Richtungen und Wege; es kann sich räumliche Gegebenheiten auch aus einer anderen Perspektive vorstellen und versteht einfache symbolische Darstellungen des Raums (Lagepläne). Das Kind entdeckt Formen in seiner Umwelt und stellt Formen selbst her; es erkennt gleiche Formen und beschreibt Formen und ihre Eigenschaften. Das Kind vermisst Räume mit einfachen Methoden (z.B. nach Fußlängen).

*Umgehen mit Mengen, Zahlen und Ziffern*

Das Kind geht mit gegenständlichen Mengen um, nimmt Objekte weg, fügt sie hinzu, beschreibt und vergleicht die Anzahl von Objekten. Es lernt die Zahlwortreihe kennen, zählt konkrete Dinge ab und kann einfache Rechenoptionen mit konkreten Gegenständen nachvollziehen. Das Kind entdeckt Ziffern und Zahlen in der Umwelt und deren Anwendungen (z.B. Haus- und Telefonnummern) und es benutzt Ziffern bei der Lösung mathematischer Probleme“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 38).

### **3.2.2 Methodische Hinweise in den Rahmenrichtlinien**

Im Kurztext zu den Bildungsbereichen für Mathematik sind Aktivitäten genannt, die Kindern die Entwicklung der angeführten Fähigkeiten erlauben, von Hilfen zur gezielten Organisation und Vermittlungsebenen ist in diesem Ausschnitt aber nichts zu entdecken.

Eine Handreichung für die einzelnen Bildungsbereiche ist in Südtirol in Ausarbeitung. Bislang experimentieren pädagogische Fachkräfte aber noch mehr schlecht als recht vor allem in Bildungsbereichen, für die sie nicht ausreichend qualifiziert sind und deshalb das, was sie im Text der Rahmenrichtlinien lesen, auch nicht entsprechend verstehen und dann in der Praxis umsetzen können.

Wenn Lesende im Text sehr genau suchen, können sie als methodisch-didaktische Anleitung zur Gestaltung von mathematischen Bildungsprozessen im einleitenden Abschnitt vielleicht folgende Leitlinien herausfiltern:

- Die Kinder sollen mit allen Sinnen etwas über mathematische Gegebenheiten in der Welt erfahren.
- Mathematische Phänomene und Problemstellungen sollen sprachlich-symbolisch ausgedrückt und mit anderen diskutiert werden.
- Die Bildungserfahrungen sollen in Verbindung mit dem Alltagsgeschehen und den Fragen der Kinder behandelt werden.
- Kinder sollen sich gemeinsam mit anderen aktiv mit mathematischen Fragen auseinandersetzen (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S. 37).

Die Aussagen in den Rahmenrichtlinien sind bei entsprechendem Hintergrundwissen zwar eindeutig und weisen punktuell auf einige zu berücksichtigende Elemente im Lehr-Lernkonzept hin:

- Betätigung mit Materialien
- bewusste Wahrnehmung in der Umwelt
- Spielsituationen
- alltägliche Rituale
- gezielte Anleitungen (z. B.: lernt die Zahlwortreihe kennen).

Trotzdem sehe ich momentan für die Umsetzung noch eine Gefahr:

Im Bildungsauftrag ist betont, dass die Bildungserfahrungen nur in „Verbindung mit dem Alltagsgeschehen und den Fragen der Kinder behandelt“ werden und dass die „Kompetenz der Kinder, sich gemeinsam mit anderen aktiv mit mathematischen Fragen auseinanderzusetzen“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 37), im Vordergrund stehen soll.

Das stimmt alles sehr genau, birgt aber die Gefahr in sich nur „Alltag“ herauszuhören und zu glauben, Mathematik ginge „so nebenher“.

Es wird erst „nebenher“ gehen, wenn Lernumgebungen für Mathematik Selbstverständlichkeiten in den Kindergärten geworden sind und sich die pädagogischen Fachkräfte alle so qualifiziert haben, dass sie in der Lage sind, mathematisch gehaltvolle Situationen im Alltag zu identifizieren und durch geschickte, offene Fragen und Anregungen, auch auf die Wahrnehmung der Strukturebene führen können.

Nur dann werden Kinder in unseren Kindergärten fundiert mathematische Grunderfahrungen machen, sie in Sprache fassen können und schließlich zu ausgereiften

mathematischen Denkweisen kommen, die dann die Anschlussfähigkeit in der Schule nicht zu scheuen haben.

Und ich denke auch, dass dann ein Mathebereich so selbstverständlich sein wird, wie eine Lese- oder Bücherecke, wie ein Bauplatz, ein Bewegungsraum.

Denn Mathematik ist eine Denkweise, die sich ähnlich der Sprache in konkreten Situationen schon früh durch die Betätigung mit Materialien und gekonnter Lernbegleitung entwickeln muss.

Maria Montessori war ihrer Zeit weit voraus, wenn sie für den ordnenden Geist eine „vorbereitete Umgebung“ mit einer „vorbereiteten Lehrerin“ gefordert hat.

Im Folgenden werden nun weitere wichtige Inhalte für ein abgerundetes Fachwissen dargestellt: Wissen über die Forschungsergebnisse von Piaget und deren Weiterentwicklung, über Entwicklung, den dazugehörigen Möglichkeiten und wichtigen inhaltlichen Zielen in den verschiedenen Inhaltsbereichen und Wissen über die sogenannte Vorläuferkompetenzen.

Denn auch hier lässt sich die Aussage von Goethe treffend anwenden:

„Man erblickt nur was man schon weiß und versteht. Oft sieht man lange Jahre nicht, was reife Erkenntnis und Bildung uns an dem täglich vor uns liegenden Gegenstand erst gewahren lässt“ (Goethe wiedergegeben von F. v. Müller zitiert in Gasteiger 2010, S. 155).

### **3.3 Piagets Theorie zur kognitiven Entwicklung**

Die wichtigste und bekannteste Theorie der kognitiven Entwicklung ist die des Schweizer Entwicklungspsychologen Jean Piaget. Er geht davon aus, dass das Kind Erkenntnisse über die Welt gewinnen will und sich sein eigenes Verständnis von der Wirklichkeit aktiv konstruiert (vgl. Mischo 2009, S. 85).

Seiner Erkenntnis nach erfolgt die kognitive Entwicklung in vier qualitativ unterschiedlichen Entwicklungsstadien. Die Abfolge dieser Stadien ist laut Piaget unveränderbar und universell. „In jedem Stadium werden die kognitiven Leistungen in den unterschiedlichsten Bereichen durch die jeweiligen kognitiven Strukturen bestimmt,

die für dieses Stadium charakteristisch sind“ (Mischo 2009, S. 85). Soziale Unterweisung und Anleitung von Lernprozessen, wie etwa gezielte pädagogische Förderung, können laut Piaget das Voranschreiten des Kindes in die nächste Phase nicht beeinflussen aber beschleunigend wirken (vgl. Baacke 1999, S. 180f). Eine „stimulierende und explorationsfördernde Umwelt“ kann aber auch zur kognitiven Entwicklung beitragen (Lohaus u.a. 2010, S. 105).

### ***Die Stadien der kognitiven Entwicklung nach Piaget***

Die Stadien der kognitiven Entwicklung sind in Bezug auf die Entwicklung mathematischen Denkens von großer Bedeutung. Dabei wird ersichtlich, dass Kinder in unterschiedlichen Entwicklungsstufen unterschiedliche Weltbilder einnehmen. Die Bedeutung der Umwelt und deren Reize dürfen dabei aber nicht außer Acht gelassen werden. So sagt bereits Baacke (1999, S. 179) in Bezug auf die kindliche Aneignung von mathematischen Denkweisen Folgendes: „Im funktionalen Wechsel von Assimilation (...) und Akkomodation (...) entsteht in der Aktivität des Kindes, das sich mit der Umwelt auseinandersetzt, ein dynamisches Gleichgewicht (Äquilibration).“

Piagets Stufentheorie der Intelligenzentwicklung beruht auf der Auswertung jahrzehntelanger Beobachtungen des Verhaltens und Denkens von Kindern von der Geburt bis zur Adoleszenz. Beobachtet wurde dabei eine Vielzahl von Inhalten und Gegenständen (vgl. Reusser 2006, S. 124). Die für eine Entwicklungsphase oder Entwicklungsstufe charakteristischen Verhaltensweisen und kognitiven Fähigkeiten markieren dabei jeweils die obere Leistungsgrenze der betreffenden Stufe (vgl. ebd. S. 181f).

Aufgrund dieser Beobachtungen hat Piaget folgende Entwicklungsstufen formuliert:

1. das Säuglingsalter oder die Entwicklung der sensomotorischen Intelligenz (0 – 2 Jahre)
  2. das voroperatorische Denken im Kleinkind- und Vorschulalter (ca. 2 – 7 Jahre)
  3. das konkret – operatorische Denken wird stabil, systemhaft und beweglich (ca. 7 – 11 Jahre)
  4. die formalen Operationen – das Denken wird wissenschaftlich (ca. ab 11 Jahren)
- (vgl. Reusser 2006, S. 124ff).



Da das Wissen um die Phasen eins und zwei für die praktischen Handlungen der pädagogischen Fachkräfte im Kindergarten wichtig ist, werde ich diese nun näher beleuchten.

Die Phase der sensomotorischen Intelligenz findet weitgehend auf der Ebene von Wahrnehmung und Motorik statt. Dabei entstehen erste Vorformen des Denkens. Laut Reusser (2006, S. 125) ist der Säugling schon von Geburt an ein erkennendes Wesen, das vom ersten Lebenstag an die Wirklichkeit in seinen objektbezogenen Verhaltensweisen erfährt. Die Leistungen des Säuglings und des Kleinkinds auf geistiger Ebene bestehen in diesem Stadium vor allem in der handlungsgebundenen Auseinandersetzung mit der Umwelt. Ausgangspunkt dafür sind seine Reflexe und seine einfachen Wahrnehmungsfähigkeiten (vgl. Mischo 2009, S. 86).

Es entstehen kognitive Repräsentationen von Gegenständen, die unabhängig von der unmittelbaren Wahrnehmung sind. Ebenso kann man bereits erste Ansätze von Imitation und Spiel erkennen (vgl. Baacke 1999, S. 182). Der Übergang von der ersten zur zweiten Entwicklungsphase geht einher mit dem Auftauchen der Sprache (vgl. Reusser, 2006, S.137). In diesem Stadium sind mentale Repräsentationen vorhanden. „Die Kinder können sich vom Hier und Jetzt durch die Abbildung der Vergangenheit und der Zukunft lösen“ (vgl. Mischo 2009, S. 89).

Die Phase der vorbegrifflichen, auch präoperational genannten Intelligenz wird in zwei Stufen unterteilt.

Zum einen findet man die Stufe des anschaulichen Denkens, zum anderen jene des symbolischen Denkens.

Das vorbegriffliche Denken zeichnet sich aus durch Animismus, Egozentrismus und Irreversibilität (vgl. Baacke 1999, S. 182).

„Zusammenfassend ist das Denken von Kindern im Kindergarten- und Vorschulalter nach Piaget stark anschauungsgebunden, rigide, nicht reversibel, zentriert und animistisch. Die Kinder verfügen noch nicht über einen Kausalbegriff und über die Fähigkeit zur hierarchischen Klasseninklusion“ (Mischo 2009, S. 93).

Diese Annahmen wurden von einigen Entwicklungspsychologen ergänzt oder korrigiert. Im nachfolgenden Absatz gehe ich genauer auf die Kritik und Weiterentwicklung der Theorien von Piaget ein.

### ***Kritik und Weiterentwicklung der Theorie Piagets***

Der Erkenntnisstand der Entwicklungspsychologie ist durch Piaget in einzigartiger Weise bereichert worden. Durch ihn hat sich eine bemerkenswerte Anzahl von Entwicklungspsychologen mit der Theorie der kognitiven Entwicklung auseinandergesetzt, diese weiter entwickelt und zu einem beträchtlichen Teil auch korrigiert (vgl. Mietzel 2002, S. 187f). „Insgesamt gilt, dass Piaget das Wissen und Können von Kindern unterschätzt hat“ (ebd. S. 187). Piaget hat bei der Lösung der Probleme nicht berücksichtigt, dass zum einen gewährleistet sein muss, dass das Kind das an ihn gestellte Problem sprachlich versteht, und dass zum anderen das Kind versteht, was von ihm erwartet wird. Ebenso können einfachere Formulierungen des erwachsenen Fragestellers das Ergebnis der Untersuchungen zum Positiven hin beeinflussen (ebd. S. 188f). Ebenso widerlegt wurde auch die strenge strukturalistische Auffassung von Stufen in der kognitiven Entwicklung. Hat ein Kind eine bestimmte Stufe des Denkens erreicht, bedeutet dies nicht, dass es sich nicht zeitweise auf einem niedrigeren geistigen Niveau befinden kann und umgekehrt. (vgl. Kienbaum/Schuhrke 2010, S. 160.)

## **3.4 Die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten in verschiedenen Kompetenzbereichen**

Die Entwicklungspsychologie vermag es, neben den Erkenntnissen zur kognitiven Entwicklung, auch konkrete Anhaltspunkte für die inhaltlichen Ziele sinnvoller Unterstützung für mathematische Bildungsprozesse zu liefern.

Entsprechende Erkenntnisse zur Entwicklung von Klassen (Kategorien), Mustern und Reihenfolgen, Maß, Zeit, Raum-, Zahlbegriff, Zählkompetenz und ersten Rechenoperationen können zu den Bildungszielen aus den Rahmenrichtlinien zugeordnet werden. Die jeweiligen Erkenntnisse und übersichtlich dargestellte Hinweise und Handlungsempfehlungen zu jedem Bereich sollen eine Hilfe sein, um die Bildungsprozesse in entwicklungsangemessener Weise zu gestalten.

### **3.4.1 Sortieren und Klassifizieren**

Kinder sind von Vielfalt fasziniert. Im Alter zwischen vier und sechs Jahren nehmen sie immer mehr die Fülle innewohnender Strukturen wahr und nehmen sie in ihr Spiel auf. Neue Denkvorgänge entstehen, ein selbst konstruiertes, abstraktes Wissen wird angelegt. Sie erkennen Farben, benennen und sortieren sie nach Nuancen in Gruppen von Rot- oder Blautönen. Sie ordnen, entdecken Besonderheiten, vergleichen, suchen Ordnungsprinzipien.

Beim Sortieren werden Form, Größe, Anzahl verglichen. Beim Anordnen der Gegenstände entstehen Reihenfolgen, die Muster ergeben können. Während die Kinder Reihen und Muster legen, werden sie dazu angeregt, die Zeit in eine Reihenfolge zu bringen: zuerst, als Nächstes, ganz am Schluss (vgl. Haug-Schnabel/Bensel 2009, S. 121).

Die Suche nach Unterschieden und Gemeinsamkeiten und die Klassifikation helfen bei der Orientierung in dieser Welt und bei den täglichen, unzähligen Entscheidungen, wie wir uns am besten verhalten sollen.

Lernen bedeutet nämlich in diesem Zusammenhang auch, zu verallgemeinern und auf neue, ähnliche Situationen und Dinge zu übertragen, zu abstrahieren.

Kinder bringen von Anfang an ein grundlegendes Verständnis für Kategorien (Klassen) mit und erweitern in Interaktionen mit ihrer sozialen und physikalischen Umwelt ihre Kompetenz zur Klassenbildung. Sie unterscheiden fremde und vertraute Personen und sortieren und klassifizieren im Spiel nach vielen unterschiedlichen Eigenschaften. Mit diesen Tätigkeiten stärken sie ihre Fähigkeit zur Abstraktion.

Im Laufe ihrer Sprachentwicklung fassen Kinder ähnliche Dinge zusammen, z. B. Tiere, Autos...) und erkennen Eigenschaften nach denen sie Dinge klassifizieren. z. B. Farbe, Form, Funktion). Ihre zunehmende Sprachkompetenz versetzt Kinder auch in die Lage, sich über die Art und Weise, wie sie sortieren und klassifizieren auszutauschen und diese zu reflektieren (Metakognition). Dabei wird deutlich, dass man Dinge nach unterschiedlichen Kriterien sinnvoll sortieren kann und dabei jeweils zu unterschiedlichen Ergebnissen kommt (vgl. Fthenakis et al. 2009, S. 96).

Im Kindergarten bieten sich viele Gelegenheiten, diese Kompetenzen bei Kindern im Alltagsgeschehen, durch eine Raumgestaltung mit Ordnungssystemen und auch durch eine gezielt vorbereitete mathematische Lernumgebung anzuregen.

#### **Worauf kommt es beim Sortieren und Klassifizieren an?**

- „Dass Kinder Spaß daran haben, Gegenstände mit bestimmten Eigenschaften zu sammeln.
- Dass die Kinder aus einer Menge verschiedene Dinge zusammenpassende Dinge mit einer bestimmten Eigenschaft auswählen.
- Dass die Kinder die sichtbaren Eigenschaften eines Objekts beschreiben.
- Dass die Kinder Kategorien von Eigenschaften beschreiben“ (Hoenisch 2007, S. 39).

### **3.4.2 Muster und Reihenfolgen**

„Muster“ sind in der Mathematik ein allgemeines Prinzip, das das gesamte Gebiet der Mathematik durchzieht. In der Arbeit wurde schon auf die aktuelle Auffassung von Mathematik als „Wissenschaft von Mustern“ hingewiesen. Regelmäßige Beziehungen, Zusammenhänge, Ordnungen, Strukturen und Muster zu finden, ist der Kern der Mathematik in allen Inhaltsbereichen und in allen Schulstufen.

Im Kindergarten bietet sich der Einstieg mit den Mustern geradezu an, weil Muster Kindern auf einer ganz konkreten Ebene begegnen, zum Beispiel in der Natur. Im Verlauf der Auseinandersetzung mit Mustern wird der Erkenntnisprozess auf einer abstrakteren Ebene fortgesetzt.

Zu elementaren Erfahrungen mit Mustern gehören bereits tägliche Rituale wie das Schlafen und Wachen, aber auch das Produzieren von Lautketten im Säuglingsalter. Später entdecken Kinder Muster in ihrer Umwelt und beginnen selbst Muster herzustellen (vgl. Fthenakis et al. 2009, S. 103).

Bildungsangebote im Kindergarten sollen an diese lebensweltlichen Erfahrungen mit Mustern anknüpfen und die Fähigkeit des Kindes stärken, die Ordnung in Mustern (bei Dingen, Zahlen, Abläufen, Musik, Bewegungen) selbst zu erkennen und eigenständig Muster zu schaffen.

### **Worauf kommt es bei Mustern an?**

- „Dass Kinder Spaß haben überall Muster zu entdecken.
- Dass Kinder mit Reihenmustern und Symmetrien experimentieren und die Ordnung darin entdecken.
- Dass die Kinder Muster aus Objekten erkennen, beschreiben und fortsetzen.
- Dass die Kinder Muster aus Tönen erkennen, beschreiben und fortsetzen.
- Dass die Kinder Muster aus Bewegungen erkennen, beschreiben und fortsetzen“ (Hoenisch 2007, S. 52).

### **3.4.3 Größen und Messen- Zeit**

Während es im Bereich Mengen- und Zahlbegriffsentwicklung, sowie der Entwicklung der Raum- und Formvorstellung viele gesicherte Erkenntnisse gibt, ist vorschulische Entwicklung von Kompetenzen im den Bereichen Größen und Messen bisher wenig systematisch erforscht. Vorkenntnisermittlungen bei Schulanfang lassen trotzdem einige punktuelle Aussagen zu.

„Im Alltag begegnen Kinder bereits sehr Früh auch Maßzahlen. Durch einen frühen Umgang mit Messsituationen und – handlungen besteht die Chance, Zahlen auch im vorschulischen Bereich nicht nur in ihrer kardinalen Bedeutung zu erfahren, sondern im Sinne eines ‚transfer within‘(Schmidt, Weiser 1986, S. 125) über Maßsysteme das Verständnis für die natürlichen Zahlen zu vertiefen“ (vgl. auch Fuson, Hall 1993, S. 84; van den Heuvel-Panzuizen, Buys 2005, S. 21 in Gasteiger 2010, S. 56).

Untersuchungen bei Schulanfängern (Schmidt, Weiser 1986; Fuson, Hall 1983, S. 80, siehe auch Erfahrungsbericht Reggio children 2002) zeigten, dass besonders bei Längen ein Verständnis für das komplette Auslegen, Abtragen oder Ausschöpfen der zu messenden Größe mit der Maßeinheit vorhanden ist, die Maßeinheit als solche aber nicht immer als gleich bleibende Einheit verwendet wird.

Weitere Untersuchungen von Schmidt und Weiser (1986) zeigten, dass bei Zeitspannen im Gegensatz zu Längen das Zählen als Messidee nicht spontan verwendet wurde.

Damit Messinstrumente richtig genutzt werden können, muss der Umgang mit Skalen gelernt und verstanden werden. Die Messhandlung entspricht nicht mehr allein dem Aneinanderreihen und Auszählen von Einheiten, sondern beschränkt sich auf das Ablesen der Maßzahl von einer Skala. Das bereitet auch Grundschulkindern noch Schwierigkeiten, weil sie beispielsweise nicht den Anfangspunkt der Skala, sondern lediglich den Endpunkt ablesen oder sie betrachten die erste Einheit der Skala nicht als Nullpunkt, sondern beginnen dort bereits mit der Zahl eins (vgl. Gasteiger 2010, S. 57).

Das Verwenden von Messinstrumenten hat jedoch offensichtlich einen hohen Aufforderungscharakter für Kinder und es gelingt ihnen teilweise erfolgreich zu messen, obwohl sie Schwierigkeiten mit willkürlichen Einheiten haben (vgl. Nührenböcker 2002, S. 77f zitiert in Gasteiger 2010, S. 57).

Fthenakis (2009) empfiehlt kindgerechte Messerfahrungen als wichtige Erfahrungen im Zusammenhang mit Raum und Form, weil Messen immer unmittelbar etwas mit Raumerleben zu tun hat. Kinder erfahren dabei die räumliche Ausdehnung, die sich nach ihrer Höhe, Breite Länge oder auch Volumen und Gewicht beschreiben lässt. Bei dieser Gelegenheit erschließen sich Kinder sowohl das Konzept des Messens, als auch die Eigenschaften von Dingen.

Gut ist es Kinder auch anzuregen nicht standardisierte Messinstrumente wie ihre eigenen Schritte, Becher, Fäden, ... einzusetzen. Auch standardisierte Maßeinheiten (Meter, Liter) begegnen den Kindern in ihrer Lebensumwelt und sollten durch die Kommunikation und gemeinsames Tun (etwa beim Kochen, in der Werkstatt) mit ihnen erschlossen werden. Dabei entdecken die Kinder auch die Funktionen der Zahlen als Maßzahl (Fthenakis et al. 2009, S.129).

Auch zu Größenbereichen haben Kinder im Vorschulalter konkrete Vorstellungen. Vor allem zu den Bereichen Länge und Gewicht machen sie zahlreiche Erfahrungen in Zusammenhang mit ihrer eigenen körperlichen Entwicklung.

Eine besondere Herausforderung mit Vorschulkindern ist der Größenbereich beim Geld. Er unterscheidet sich insofern von den anderen physikalischen Größen, da Geldwerte nicht objektiv messbar sind (vgl. Gasteiger 2010, S. 58). Untersuchungen ergeben, dass zu Schulbeginn unterschiedliche Vorerfahrungen vorliegen. Gerade die Probleme, Wert

und Anzahl voneinander zu trennen, unterstützen die Empfehlung, Lernerfahrungen mit Geld zu einem konkreten Inhaltsbereich früher mathematischer Bildung werden zu lassen.

Das Lernfeld „Zeit“ bietet viele Möglichkeiten, an Erfahrungen von Kindern anzuknüpfen und mit Kindern „die Zeit“ zu erkunden.

Zeit hat vielerlei Aspekte:

- sie begegnet uns als natürliche Zeit in Lebensrhythmen und –zyklen
- wir erleben sie persönlich (als Langeweile, Hetze, Glück)
- sie regelt das soziale Miteinander und
- wir strukturieren unsere Erinnerungen und Erzählungen über wichtige Ereignisse zeitlich (chronologisch) (vgl. Fthenakis et al. 2009, S.111f).

Obwohl man „Die Zeit“ nicht sehen, nicht hören, nicht anfassen, nicht riechen und nicht schmecken kann, erfahren sie Kinder in ihrem Leben auf vielerlei Weise unmittelbar. Sie schlafen und wachen, warten sehnsüchtig auf ihren Geburtstag, müssen sich beeilen, weil die Mutter „keine Zeit“ hat, erleben die Veränderung der Jahreszeit, vielleicht auch den Tod eines Menschen, den sie kennen. Sichtbar und greifbar wird die Zeit für ältere Kinder dann bei eigenen Zeitmessungen, in der Bewegung des Uhrzeigers über das Ziffernblatt, durch Sonnenuhren und Sanduhren, durch Kalender, Wochenübersichten über besondere Tätigkeiten oder Rituale.

Fthenakis regt im Kindergarten zum Thema Zeit auch Erfahrungen mit Kalendern, Projekten wie etwa „Unser Garten in den vier Jahreszeiten, eine Uhr selbst bauen,...) an.

Fthenakis meint aber:

„Mathematische Bildung im Bereich Zeit sollte sich aber auf keinen Fall auf die Auseinandersetzung mit der messbaren, physikalischen Zeit verengen (also z. B. darauf, ‚die Uhr‘ zu lernen oder eigene Zeitmessungen durchzuführen“ (Fthenakis et al. 2009, S.112)

**Worauf es beim Messen und bei Erfahrungen mit der Zeit im Kindergarten ankommt:**

- „Dass die Kinder Spaß am Messen, Wiegen und Vergleichen haben.
- Dass Kinder zwei Gegenstände miteinander vergleichen: nach Länge, Höhe, Gewicht und Volumen.
- Dass Kinder zwei Gegenstände mit einem dritten vergleichen.

- Dass die Kinder zwei Ereignisse miteinander in Beziehung setzen und dabei Wörter benutzen wie: später als, früher als, länger als, gestern, morgen, nach dem Mittagessen...
- Dass die Kinder sich vorstellen können, wie Zeit vergeht, und das mit Wörtern beschreiben wie: Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Monat und Jahr“ (Hoenisch 2007, S. 113).

### **3.4.4 Raum und Form**

Vielfältige Bewegungserfahrungen bilden eine wichtige Grundlage für die Raumorientierung. Kinder lernen dabei, Informationen über räumliche Positionen ihres Körpers und Informationen aus der Umwelt genau wahrzunehmen, miteinander zu verbinden und sich ein genaues Bild ihrer Bewegung und Position im Raum zu schaffen. Verstärkt wird diese Erfahrung, wenn sie sprachlich ausgedrückt wird. So werden Kinder dazu fähig, sich Wege beschreiben zu lassen oder selbst zu beschreiben. Auf diese Weise können sie von der konkreten Anschauung zu einer abstrakteren Art gelangen, sich mit „Raum“ auseinanderzusetzen.

Kinder begegnen auch schon früh symbolischen Darstellungen von Orten und Wegen in Form von Karten und Lageplänen. Auch sie bilden wunderbare Anknüpfungsmöglichkeiten, um mit Kindern Pläne zu erkunden und sie selbst anzuregen, einen Plan oder ihr Bauwerk auf Papier zu bringen.

Neben der Raumorientierung ist ein zweiter Bereich räumlicher Wahrnehmung und räumlichen Denkens wichtig: das Verständnis für Formen und Eigenschaften. Mathematische Bildung soll Kinder dabei unterstützen aus diesen vielfältigen Erfahrungen das Typische einer Form zu erkennen, sich das zu erschließen, was hinter den zahlreichen Beispielen als gemeinsame Form steht, z.B. Schrank, Aquarium, Radiergummi.

Es ist es wichtig, dass Kinder auch selbst Formen entdecken, herstellen und erkennen. Kinder erfahren beim Formen, Konstruieren, Gestalten, dass Dinge unterschiedliche Eigenschaften haben und dass sie sich auch unterschiedlich verhalten. Dabei erkennen



und unterscheiden Kinder zunächst nach ihrer Gestalt. (etwa das „Rechteckhafte“ der Tischplatte, des Fensters) und nicht nach den Eigenschaften, die die Form beschreiben.

Fachkräfte können das Verständnis für Formen stärken, indem sie den Kindern vielfältig geformte Objekte und formbare Materialien zugänglich machen und sie dazu ermuntern Formen und ihre Eigenschaften zu beschreiben, zu vergleichen, Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu suchen.

Fthenakis dazu: „Variation und Reflexion tragen dazu bei, dass das Kind die grundlegende Gestalt einer bestimmten Form erkennt- auch wenn die konkreten Gegenstände mit dieser Form alle etwas unterschiedlich aussehen- und das Konzept, ‚Form‘ versteht“ (Fthenakis et al. 2009, S. 125).

Wittmann hat in seinen Ausführungen interessante Gedanken zur Geometrie vorgestellt und misst der Formbewusstheit denselben wichtigen Stellenwert im Bereich Geometrie zu wie der Entwicklung von numerischer Bewusstheit im Bereich der Arithmetik. Deshalb werden seine Aussagen dazu in gekürzter Form wiedergegeben.

### **Geometrie und Entwicklung von Formbewusstheit**

Was ist eigentlich mit dem Begriff Geometrie gemeint? Nichts anderes als das Bewusstsein, das wir von uns selbst haben- ins Verhältnis gesetzt zu Menschen, Dingen und zum Raum. Wenn wir unsere Körperposition mit anderen Menschen im Raum, mit der Tür oder etwas anderem vergleichen, dann stellen wir eine Beziehung her und wir Menschen haben Begriffe für diese Beziehung entwickelt. Wir sagen: „Ich bin vor der Tür“ und drücken dabei unseren Standort in Verbindung mit der Tür aus. Auch Kinder verwenden geometrische Ideen, um ihre Welt zu beschreiben. Sie entdecken Kreise und können sie dann in der Umgebung überall wiederfinden: in den Pupillen, in einer Blume, bei den Reifen der Autos.

Kinder erfahren geometrische Formen beim Sehen, beim Bauen, beim Formen und Zeichnen. Sie nehmen diese Formen zuerst als kompaktes Ganzes wahr und wenn sie ein Quadrat darstellen wollen, kann dabei ein Kreis herauskommen. Erst später erkennen sie einzelne Eigenschaften geometrischer Formen. Wichtig zum Verständnis der Geometrie ist neben räumlichem Denken die Fähigkeit, sich im Raum zu orientieren und die Eigenschaften von Dingen unter räumlichen Aspekten wahrzunehmen (vgl. Hoenisch 2007, S. 91 f).

Wittmann & Müller (2010a) heben die fundamentale Bedeutung der Geometrie für das Denken im Allgemeinen und für andere Gebiete der Mathematik hervor. Wissenschaftler sind sich einig, dass sich während der Evolution im menschlichen Gehirn zuerst eine Vorstellung vom umgebenden Raum herausgebildet hat und dass dabei die Greifhand eine besondere Rolle spielte. Diese „Urgeometrie“ hat das Wahrnehmen, Denken und Handeln im weiteren Verlauf wesentlich beeinflusst. Die Hirnforschung zeigt, dass das Denken in zwei unterschiedlichen Bahnen abläuft, bei denen Bereiche vernetzt sind. Eine Bahn ist dabei für die regelhafte Verarbeitung von Zeichen (Schrift, Symbolsprache) spezialisiert und die andere auf die Wahrnehmung und Verarbeitung von Formen und Bildern. Beide Bahnen stehen in engster Beziehung zum Gebrauch der Hände (Wittmann & Müller 2010a, S. 18).

So kann ich nun auch den Ausspruch verstehen, der immer Maria Montessori nachgesagt wird: „Die Hand ist das Werkzeug der Intelligenz“.

Wenn man die Hand gewissermaßen als „Verlängerung“ des Gehirns nach außen auffasst und umgekehrt das Gehirn als „Verlängerung“ der Hände nach innen, ist nachstehende Empfehlung mehr als begreifbar und kann für den Kindergarten nur Zustimmung finden: „Eltern oder Lehrer, die beim Kind die Neugier wecken möchten oder Zugang zu ihm suchen, wenn es lernbereit ist, sollten vielleicht einfach die Hände in den Mittelpunkt ihrer Bemühungen stellen“ (Wilson 2000, zitiert in Wittmann & Müller 2010a, S. 19).

Geometrische Grundbegriffe wie Punkt, Linie, Strecke, Fläche, Körper können nur durch ihre Verwendung in sinnvollen Zusammenhängen erlernt werden. Wie bei den Zahlen gehört die Begleitung der Spiele und Bauaktivitäten einfach dazu.

Die Entwicklung von Formbewusstheit ist eine wichtige Entwicklungsaufgabe im Vorschulalter. Denkkonzepte über Raum und Form sind das Mittel zum Lernziel „Formbewusstheit“.

Im Bereich der Formbewusstheit ist die Feinmotorik das, was für die Zahlen die strukturierte Anzahlerfassung ausmacht. Ihre Entwicklung fordert viel Übung und führt dann zusammen mit der Formbewusstheit zu guten Voraussetzungen bei den Anforderungen für Geometrieaufgaben in der Schule (vgl. Wittmann & Müller 2010a, S. 17f).

### **Worauf kommt es bei Erfahrungen im Raum und in der Geometrie an?**

- „Dass Kinder Spaß haben überall Geometrie zu entdecken.
- Dass die Kinder beim Bauen oder Puzzeln mit Wörtern wie vor, hinter, über, unter, zwischen, innen und außen räumliche Beziehungen beschreiben.
- Dass die Kinder anhand einer Karte einen Gegenstand finden.
- Dass die Kinder einfache und komplizierte Konstruktionen nachbauen
- Dass die Kinder geometrische Formen identifizieren, beschreiben und darstellen“ (Hoenisch 2007, S. 94).

### **3.4.5 Mengen, Zahlen, Ziffern**

„Nach Piaget (1964) entwickelt sich der Zahlbegriff auf der Grundlage von logisch-formalen Operationen wie der Seriation, Klassifikation, Eins- zu – Eins- Zuordnung und Zahlinvarianz. Das Zählen hingegen leistet in seinen Augen keinen Beitrag zur Zahlbegriffsentwicklung“ (Schuler 2008, S. 3). Die Forschungen von Gelmann und Gallistel (1978) widerlegten diese Auffassung, stellten die Bedeutung des Zählens für den Zahlbegriffserwerb klar heraus und beeinflussten mit dieser Erkenntnis die Didaktik im Vorschulbereich (vgl. Schuler 2008, S. 3).

Einigkeit herrscht darüber, dass sich „der Aufbau des Zahlbegriffs als ein Zusammenspiel verschiedener Teilfertigkeiten ergibt. Kennzeichen eines echten Zahlenkonzeptes ist das numerische Teil-Ganzes- Schema, welches aus einer Verknüpfung von Zählen, simultaner Anzahlerfassung und dem Vergleich von Mengen hervorgeht“ (Resnick 1989, S. 162 ff; Krajewski 2003, S. 56f; Krajewski & Schneider 2006, S. 250 zitiert in Schuler 2008, S. 3).

„Dieses sogenannte Skills-Integration-Modell, das die Integration von zunächst getrennten Teilfertigkeiten zu einem echten Zahlkonzept erklärt, findet in den 90er Jahren Eingang in die deutsche Mathematikdidaktikforschung“ (Clements 1984, S. 766 zitiert in Schuler 2008, S. 3).

„Gerster und Schultz beschreiben den Weg vom Zählen zum Rechnen „als notwendigerweise über die Anzahl gehend“ (Gerster & Schultz 1998, S. 329ff; Flexer 1986; Schütte 2004b zitiert in Schuler 2008, S. 3).

Lorenz (2005a, S. 29 zitiert in Schuler 2008, S. 3) betont im Aufbau des Zahlbegriffs die visuell-räumliche Komponente: In Anlehnung an Krajewsky (2002) in Absatz 3.5 dieser Arbeit wird auf diese Komponente im Zusammenhang mit unspezifischen Vorläuferfertigkeiten nochmals hingewiesen.

Schuler erläutert, „dass visuelles Gedächtnis (Informationen visuell speichern), räumliche Orientierung (Wahrnehmung räumlicher Beziehungen und der Raumlage), visuelle Differenzierung (Unterschiede, Ähnlichkeiten wahrnehmen) Figur-Grund-Diskrimination (Teilfiguren aus einem komplexem Hintergrund erkennen und isolieren) und Auge-Hand-Koordination (Koordination von Sehen und Körperbewegung) deshalb in der mathematischen Frühförderung eine große Rolle spielen“ (Lorenz 2006, 57ff zitiert in Schuler 2008 S. 4).

Kinder setzen sich ihrem Alltag mit vielen Zahlen und Anzahlen auseinander, begegnen überall Ziffern und merken, dass die Zahlen in der Welt der Erwachsenen und Kinder eine große Rolle spielen. Sie lieben es zu diskutieren, wer mehr oder weniger hat und sprechen mit Vorliebe von großen Zahlen. Sie spielen in ihren Rollenspielen mit Geld und Registrierkasse, sie verteilen Punkte bei Wettspielen, sie wissen oft schon die Telefonnummer der Eltern.

Es gibt täglich unzählige Anlässe Kinder in der Entwicklung numerischer Kompetenz zu unterstützen.

Bei der Stärkung des Zählverständnisses soll die Fachkraft von der Beschäftigung mit gegenständlichen, konkreten Mengen ausgehen und diese mit Zählerfahrungen verbinden, indem sie in einer anregenden Lernumgebung vielfältige Objekte zur Verfügung stellt, welche Kinder dazu anregen, Dinge zu Mengen zusammenzufügen, wieder aufzuteilen und neu anzuordnen.

Anregend ist dabei auch, dass Kinder Gelegenheit dazu bekommen mit großen Anzahlen von Dingen zu hantieren, z. B. Knöpfen, Spielfiguren, Schraubensortiment.

Ebenso sinnvoll ist es, auf Entdeckungsreise nach Zahlen und Ziffern in der Umgebung zu gehen.

Es ist wichtig, dass pädagogische Fachkräfte die Freude der Kinder an der Regelmäßigkeit und Wiederholung der Zahlwortreihe aufgreifen und durch Zählverse und Lieder stärken.

Indem die Fachkraft viele Dinge mit den Kindern zählt, entwickeln Kinder ihre Zählkompetenz und das Verständnis für Zahlen weiter. Die Kinder erwerben dadurch Sicherheit bei der Reihenfolge der Zahlwörter, entwickeln geeignete Zählstrategien und erweitern das Verständnis dafür, dass sich Zahlen auf Anzahlen von konkreten Dingen beziehen.

Im Zählen bereits erfahrene Kinder werden auch angeregt, sich von ihrem gewohnten Muster zu lösen und verschiedene Zählexperimente zu wagen (z. B. an einem anderen Ausgangspunkt beginnen oder weiterzählen), sich zum Zählen zu bewegen (vorwärts, rückwärts), einen Zahlenweg gestalten, konkrete Anzahlen in verschiedener Weise zusammensetzen, Anzahlen auf einen Blick ohne abzählen zu erfassen.

Mit konkreten Mengen hantierend, können Kinder bereits die Grundideen der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division erschließen: Objekte hinzufügen und wegnehmen, Mengen zusammenführen und aufteilen.

Viele Kinder sind auch schon vor dem Schulalter dazu fähig die Operationen „Hinzufügen“ und „Wegnehmen“, welche sie mit konkreten Mengen vornehmen, auch gedanklich zu leisten, z. B. sagen sie dann: „Ich habe zwei Pferde in den Stall gestellt. Wenn ich noch eines dazustelle, sind es drei.“

Die Fachkraft verbindet in konkreten Handlungen die Begriffe „Wegnehmen“, „Dazugeben“, „Aufteilen“ und „Mehrere nehmen“ mit Zahlwörtern und verdeutlicht so, dass diese Handlungen auch als Rechenoperationen behandelt werden können.

Ältere Kinder regt sie auch dazu an, alltägliche Probleme durch Addition und Subtraktion zu lösen, z.B. „Wenn noch zwei Kinder an eurem Tisch dazukommen, wie viele seid ihr dann?“

In diesem Zusammenhang scheint es besonders wichtig zu sein, auf eine zurückhaltende Art mit vermeintlichen „Fehlern“ hinzuweisen, weil für uns Erwachsene die Regeln des Zählens doch so eindeutig sind (vgl. Fthenakis et al. 2009, S. 131f).

Durch die Ausführungen müsste klar werden, dass auch ein Kind, das sich verzählt, schon eine ganze Menge an Zahlenwissen erworben hat.

### **3.4.5.1 Die Entwicklung numerischer Bewusstheit**

Zur numerischen Bewusstheit gehört einerseits Wissen, dass die Zahlen in der Zahlenreihe angeordnet sind und für verschiedene Zwecke benutzt werden können und andererseits die Fähigkeit zur strukturierten Anzahlerfassung. Wenn Kinder in den Kindergarten kommen, bringen sie schon eine ganze Menge Fähigkeiten mit. Bevor Kinder sicher Zählen und mit Mengen umgehen können, sind aber noch eine Reihe von weiteren Entwicklungen nötig (vgl. Wittmann & Müller 2010a, S. 16).

Kinder begegnen in Alltagssituationen ständig Mengen und Zahlen, auch wenn ihnen das zunächst noch nicht bewusst ist. Mit zunehmender Erfahrung vergrößern sie ihr Wissen darüber was mehr und was weniger ist, wie man die genaue Anzahl von Dingen durch Zählen bestimmen kann, welche Wörter und Ziffernsymbole für welche Zahlen stehen, wie sich eine Menge verändert, wenn man etwas dazutut oder wegnimmt. Ihre Entwicklungsaufgabe besteht darin, sich diese Erfahrungen in Auseinandersetzung mit didaktischen Materialien und durch Zusammenarbeit mit anderen Kindern und Erwachsenen bewusst zu machen (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 23).

#### *Mengenbegriffe interpretieren*

Kinder brauchen zunächst ein Grundverständnis von Mengen und ihren Beziehungen zueinander, um den Nutzen von Zahlen überhaupt verstehen zu können. Kinder müssen lernen zu erkennen, wann sich zwei Mengen unterscheiden, und zu beurteilen, welche Mengen größer und welche kleiner sind. Sie müssen auch verstehen, unter welchen Umständen eine gegebene Menge kleiner wird (wenn man etwas wegnimmt) oder sich vergrößert (wenn etwas dazu kommt) (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 23).

#### *Das Abstraktionsprinzip des Zählens verstehen*

Das Abstraktionsprinzip des Zählens bedeutet, dass alle Dinge zählbar sind, unabhängig davon, worum es sich konkret handelt.

Man kann fünf genauso zu Äpfeln wie zu Birnen sagen. Erst wenn den Kindern klar wird, dass Zahlenwörter keine Namen für Dinge sind, wird es ihnen gelingen, sich vom konkreten Inhalt zu lösen und nur die Anzahl zu beschreiben (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 24).

*Die Zahlenreihe lernen und das Ordinalitätsprinzip begreifen*

Erwachsene verwenden die Zahlworte immer in derselben Abfolge und sobald das Kind entdeckt, dass die Reihenfolge von Bedeutung ist, lernt es die Zahlenreihe. Manche Kinder können die Zahlwortreihe sehr früh auswendig hersagen wie ein Gedicht, meist ohne zu verstehen, was Zählen wirklich bedeutet. Trotzdem handelt es sich um eine wichtige Voraussetzung für das Zählenlernen. Nur wenn ein Kind die Zahlenfolge auch stabil beherrscht, kann es eine gegebene Menge von Objekten korrekt abzählen. Durch die Beobachtung Erwachsener und anderer zählender Kinder begreifen Kinder die feste Rangordnung von Zahlen, das so genannte Ordinalitätsprinzip: Kinder erkennen Zahlen, die später in der Reihenfolge genannt werden, entsprechen einer größeren Anzahl einzelner Elemente als Zahlen, die früh genannt werden (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 25).

*Die Eins-zu-Eins-Zuordnung vornehmen*

Eins-zu-Eins-Zuordnung heißt das Prinzip des Zählens, bei dem das Kind beim Zählen jedes Element immer nur genau einmal zählen darf. Kein Element darf ausgelassen oder übersprungen werden. Um eine Eins-zu-Eins-Zuordnung zwischen Objekt und Zahlwort vornehmen zu können, muss das Kind Strategien entwickeln, die es ihm erlauben, keine Fehler zu machen (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 26).

*Das sogenannte Kardinalitätsprinzip begreifen*

Die Zahl, die das letzte zu zählende Objekt einer Menge bezeichnet, entspricht der Gesamtzahl der gezählten Dinge. Erst wenn die Kinder das Kardinalitätsprinzip verstanden haben, können sie die Anzahl einer Menge korrekt bestimmen. Es erlaubt dem Kind eine richtige Antwort auf die Frage: Wie viele sind das?

Anfangs werden alle Objekte immer laut gezählt. Später zählt das Kind leise, und benennt nur mehr die letzte Zahl laut, weil es schon weiß, dass sich die Frage auf dieses letzte Zahlwort bezieht (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 26).

*Ziffern und mathematische Symbole verstehen*

Jedes Zahlwort kann aber auch schriftlich anzutreffen sein. Erst wenn Ziffern und mathematische Symbole verstanden werden, kann das Kind im Alltag erkennen, für welchen Zweck Menschen Zahlen normalerweise gebrauchen. Für die Kinder geht es darum, zu verstehen, welches Zahlwort und welche Ziffer welche Menge bezeichnen, es

muss also der Wechsel von konkreter Mengenvorstellung auf die symbolische Ebene geschafft werden (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 27).

#### *Mengen zerlegen und einfache Rechenoperationen durchführen*

Mengen kann man durch Zählen bestimmen, sie werden bis zu einem bestimmten Grad aber auch ganzheitlich wahrgenommen. Dies gilt vor allem für kleine Anzahlen bis zu fünf Objekten. Man nennt diese Fähigkeit auch Subitizing. Sie bildet die Voraussetzung für die strukturierte Mengenerfassung. Erkennt das Kind zum Beispiel, dass sich die Würfelzahl sechs aus zwei Reihen mit jeweils drei Punkten zusammensetzt, beginnt es zu verstehen, dass Mengen sich in Teilmengen zerlegen lassen.

Zu einfachen Rechenoperationen gelangen die Kinder, wenn ihnen die strukturierte Anzahlzerlegung gut gelingt. Kinder lernen dies zunächst bei realen Objekten und begreifen dann, dass Rechenvorgänge nicht auf konkrete Objekte angewiesen sind, sondern auch abstrakt mit Zahlen, die für Mengen von Objekten stehen, durchgeführt werden können. Häufiges Benennen von Mengen im Alltag fördert die Kompetenz von Kindern, sich Zahlen und Mengen geistig vorzustellen (vgl. Pahnke & Pauen 2009, S. 28).

### **3.4.5.2 Zählen lernen**

Weil das richtige Zählen auf dem Weg zur numerischen Bewusstheit ein wichtiger Entwicklungsschritt ist und die damit einhergehenden Kompetenzen für die späteren Kompetenzen im Mathematikunterricht der Schule sehr wichtig werden, gehe ich noch detaillierter auf die Frage ein:

Was muss ein Kind eigentlich können, damit es beim Zählen zur richtigen Lösung kommt?

- Es muss die stabile Zahlwortreihe beherrschen,
- die 1:1 Zuordnung muss gelingen (Zahlwort zu Gegenstand)
- Es muss die Zahl als Gesamtzahl („kardinal“) verstehen



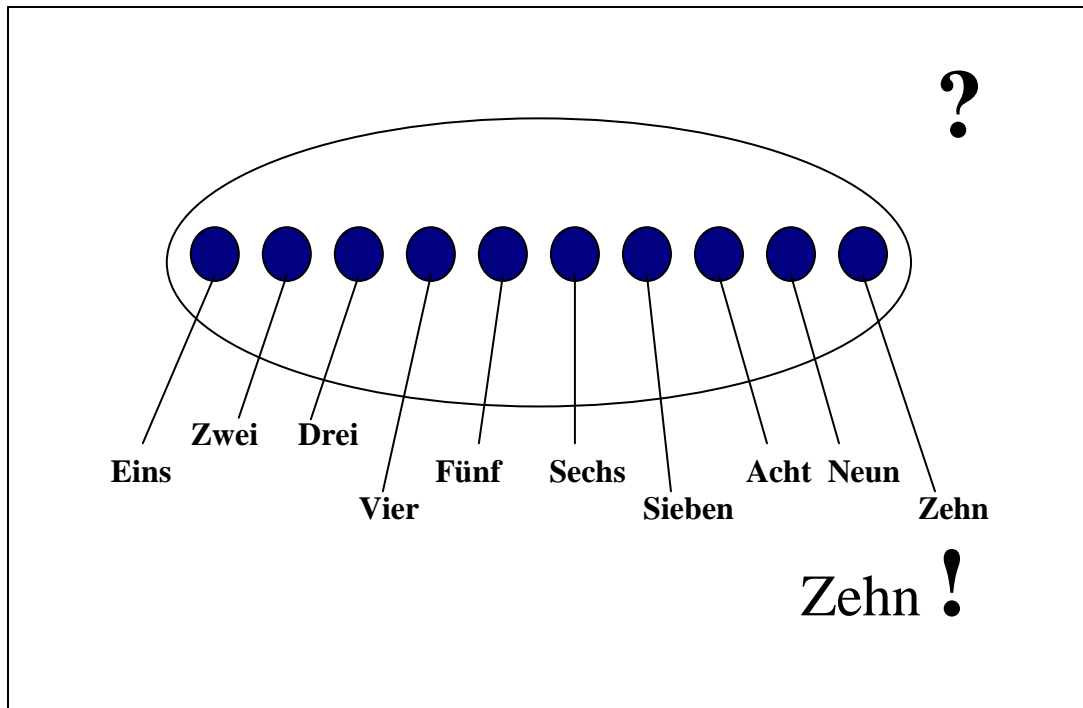


Abb. 3: Richtig zählen: Verbindung von mehreren Kompetenzen (vgl. Harder 2010, S. 16)

Interessant ist in diesem Zusammenhang noch einmal explizit eine Übersicht zu den Eigenarten der Zählprinzipien bei Kindern.

#### 3.4.5.2.1 Die Zählprinzipien

Gelmann und Galistl (vgl. Krajewsky 2003, S. 59-60 zitiert in Friedl 2012) unterscheiden beim Erwerb des verbalen Zählens fünf Prinzipien. Dabei legen die ersten drei fest „Wie man zählt“ („how-to-count-principles“) und die weiteren zwei „Was man zählt“ („what-to-count-principles“):

*Das Prinzip der Eins- zu –Eins- Zuordnung:*

Jedem Objekt, das gezählt wird, muss genau ein Zahlwort zugeordnet werden.

Fehler, die bei Kindern häufig auftreten, sind das doppelte Zählen oder das Auslassen eines Objekts.

*Das Prinzip der stabilen Reihenfolge der Zahlwörter:*

Jede Zahl kommt in der Reihenfolge genau einmal vor und zwar immer in derselben Position.

Ein Kind, das fünf Objekte mit den Zahlwörtern „eins, zwei, drei, vier, fünf, sieben“ zählt, ist mit der genauen Reihenfolge der Zahlen offensichtlich noch zu wenig vertraut.

*Das Kardinalitätsprinzip:*

Das letzte Wort beim Zählen einer Menge gibt die Anzahl der Elemente dieser Menge an. Das Verständnis dieses Prinzips ist bei Kindern nicht immer nachvollziehbar.

Es kann sein, dass es eine Menge von fünf Objekten richtig abzählt, obwohl es nicht versteht, dass es eine Menge von exakt fünf Objekten vor sich hat.

*Das Prinzip der Irrelevanz der Abfolge:*

Die Reihenfolge des Abzählens der Objekte ist beliebig, solange das Prinzip der Eins- zu – Eins- Zuordnung nicht verletzt wird.

*Das Prinzip der Irrelevanz des Zählinhalts:*

Es können alle beliebigen Objekte gezählt werden.

Will man zum Beispiel wissen, wie viele Fahrzeuge auf dem Parkplatz sind, muss das Kind alle Autos, Wohnwagen, Motorräder und Fahrräder zusammenzählen, auch wenn diese völlig unterschiedlich sind.

### **3.4.5.2.2 Phasen in der Zählentwicklung**

Folgende Ausführungen vermitteln einen Überblick zu Zeitpunkten und Besonderheiten bei der Zählentwicklung. Sie resultieren aus der Zusammenführung von Vorlesungsunterlagen von Friedl (2012) und Textbelegen von Fuson, zitiert in Gasteiger 2010, S. 42f).

*Phase 1: Verbales Zählen (String level -Zahlwortreihe als Ganzheit)*

Ungefähr im Alter von 3 Jahren beginnen die Kinder mit dem Verbalen zählen. Es hört sich ähnlich an, wie wenn sie ein Gedicht aufsagen.

Die Zahlwortreihe kann nur als Ganzes aufgesagt werden. Einzelne Wörter werden nicht als solche erkannt. Die Kinder sehen „einszweidreivierfünf“ als zusammenhängendes Ganzes an wie etwa „AllemeineEntchen.“

*Phase 2: Asynchrones Zählen (Unbreakable list level -Unflexible Zahlwortreihe)*

Ungefähr mit vier Jahren sagen Kinder die Zahlen in der richtigen Reihenfolge auf, sind aber noch nicht in der Lage, auf ein Ding zu zeigen und zugleich das entsprechende Zahlwort zu nennen.

Jedes Zahlwort wird zwar getrennt, aber das Kind kann die richtige Reihenfolge nur einhalten, wenn es mit „eins“ beginnt. Ab „vier“ weiterzählen ohne von vorne zu beginnen gelingt noch nicht. Dieses Niveau finden wir bei vielen Erwachsenen, wenn sie im Alphabet von einem beliebigen Buchstaben an die Laute weitersagen sollen.

*Phase 3: Ordnen der Objekte während des Zählens (Breakable chain level -Teilweise flexible Zahlwortreihe)*

Tritt ungefähr im Alter von viereinhalb Jahren auf.

Von jedem beliebigen Zahlwort aus kann weitergezählt werden, auch ohne von vorn beginnen zu müssen. Jedes Wort wird getrennt von anderen Zahlwörtern wahrgenommen und es kann ohne Schwierigkeiten das nachfolgende und das vorausgehende Zahlwort genannt werden. Es gelingt auch von einer bestimmten Zahl bis zu einer vorgegebenen Zahl weiterzuzählen. Außerdem entwickelt sich nun allmählich die Fähigkeit rückwärts zu zählen.

*Phase 4: Resultatives Zählen (Numerable chain level -Flexible Zahlwortreihe)*

Jedes Zahlwort in der Reihe wird als Einheit aufgefasst.

Mit ungefähr fünf Jahren wissen die Kinder, dass sie bei Eins anfangen müssen, dass jedes Objekt nur einmal gezählt wird und dass das letztgenannte Objekt die Anzahl der Dinge angibt.

Nun können die Einheiten für additive und subtraktive Operationen verwendet werden, indem von einem bestimmten Zahlwort eine vorgegebene Anzahl an Schritten weitergezählt wird, um das Zahlwort zu ermitteln, das für das Ergebnis der Operation steht ( $5+3$  wird ermittelt, durch Zählen bis 5 und ein Weiterzählen um 3 Schritte). Dieses

Weiterzählen um eine vorgegebene Anzahl setzt das Verstehen der Beziehungen zwischen Zahlwortreihe und kardinaler Bedeutung der einzelnen Zahlwörter voraus.

*Phase 5: Abkürzendes Zählen: (Bidirectional chain level -Vollständig reversible Zahlwortreihe)*

Kinder können auf diesem Niveau von beliebigen Zahlwörtern beginnend zügig vor und rückwärts zählen. Der Richtungswechsel beim Zählen macht keine Probleme mehr.

Die beschriebenen Niveaus gelten vor allem für die unregelmäßige Zahlwortreihe zwischen eins und zwölf bzw. bis zur Zahl zwanzig. Danach bedienen sich Kinder der dekadischen Regelmäßigkeit unserer Zahlwortreihe und übertragen das Muster auf jeden neuen Zehner.

Die Zahlwortreihe entwickelt sich durch vielfältige Zählsituationen. Dazu gehört das kontextfreie Aufsagen von Zahlwörtern genauso wie das Spielen beim Verstecken oder zur Bestimmung einer Anzahl (vgl. Fuson 1988, zitiert in Gasteiger 2010, S. 42f; vgl. Friedl, 2012).

### **3.4.5.2.3 Entwicklung des Teile- Ganzes - Konzepts**

*Ebene 1: Numerische Basisfertigkeiten:*

Die Kinder erwerben grundlegende Fähigkeiten, die noch kein Verständnis für den Zusammenhang von Menge und Zählzahl erfordern. Sie können vielleicht Zahlen in die richtige Reihenfolge bringen, verbinden damit aber noch keine Mengenvorstellung.

*Ebene 2: Anzahlkonzept:*

Mit der Zeit verknüpfen sie Zahlen mit dem numerisch unbestimmten Mengenbegriff. Ihnen wird bewusst, dass hinter Zahlen Mengen stehen.

Das Anzahlkonzept ist zuerst unpräzise. Zwei oder drei sind in ihrem Verständnis kleine Mengen, hundert oder tausend sehr große Mengen. Sie wissen auch, dass man dabei sehr lange zählen muss.

Unabhängig davon erwerben sie ein Verständnis für Relationen von numerisch unbestimmten Mengen. Sie erfassen auch, dass man Mengen in Teile zerlegen und wieder zusammensetzen kann.

*Ebene 3: Relationskonzept:*

Wenn Kinder das Relationskonzept mit der präzisen Vorstellung von Anzahlen verknüpfen, begreifen sie, dass man mit Teilen von Mengen rechnen kann und haben damit die Basis für die Rechenoperationen gelegt, die sich nicht am zählenden Rechnen festklammern. Diese Ebene wird von den meisten Kindern erst in der Schule erreicht.

Für alle diese Ebenen gilt, dass nicht nur mentales Operieren erforderlich ist, sondern der Aufbau der Konzepte im Umgang mit Materialien und Darstellungsmitteln erfolgen muss (vgl. Friedl 2012).

#### **3.4.5.2.4 Simultanerfassung (Subitizing) und strukturierte Anzahlerfassung**

In diesem Zusammenhang fallen oft die Begriffe Simultanerfassung (Subitizing) und strukturierte Anzahlerfassung. Deshalb nachfolgend eine kurze Erklärung:

Mit Simultanerfassung wird eine schnelle, nicht auf Zählen basierende Anzahlerfassung, sozusagen auf einen Blick bezeichnet. Sie bildet die Grundlage für die strukturierte Anzahlerfassung, die neben dem Zählen als Teil der numerischen Bewusstheit zu erfolgreichem Rechnen führt. Wittmann & Müller (2010a) betonen „Auch wenn das Zählen sehr wichtig ist: Wenn Kinder später im Rechnen weiterkommen, müssen sie über das einzelne Abzählen der Elemente hinausgehen. [...] Um das ‚zählende Rechnen‘ vermeiden zu können, müssen sie möglichst früh lernen, Anzahlen zu bestimmen. Dazu müssen sie die zu zählenden Elemente in überschaubare kleine Gruppen zerlegen und deren Anzahlen zusammenrechnen“ (Wittmann & Müller 2010a, S.17).

Übungsmöglichkeiten sind etwa: Fingeranzahlen „auf einen Sitz“ zeigen, Kartei Blitzblickübungen (Tierkarten bei „Mathe 2000“) „Halli Galli“, verschiedene Punktmuster auf Karten kleben (vgl. Harder 2010, S. 17).

### 3.4.5.2.5 Zahlaspekte

Zahlen können je nach Verwendung verschiedene Funktionen haben:

- **Zählzahl:** Natürliche Zahlen bilden eine Reihe, die beim Zählen systematisch durchlaufen wird.
- **Ordnungszahl:** Beim Aufzählen einer Menge nach einem bestimmten Ordnungskriterium (Zieleinlauf) ergibt sich für jedes Element, an welcher Stelle es steht.
- **Anzahl:** Die Elemente, die eine Menge hat, wird durch die letzte Zahl beim Abzählen angegeben.
- **Operator:** Zahlen geben auch an, wie oft eine Handlung ausgeführt wird (z.B. 5 x).
- **Maßzahl:** Sie gibt an, wie oft eine Einheit in eine bestimmte Länge, ein Gewicht hineinpasst (84 Meter, 3 Kilogramm, 10 Sekunden).
- **Code:** Zahlen dienen als Erkennungsmerkmal (Pin- Code, Passwort, Hausnummer).

#### **Worauf kommt es beim Umgang mit der Zahl an?**

- „Dass Kinder Spaß daran haben so viel wie möglich zu zählen.

#### *Erste Bauphase:*

- Dass die Kinder durch viele Zählerfahrungen begreifen: Pro zu zählendem Gegenstand gibt es nur einen Zahlenwert.

#### *Übergang zur zweiten Bauphase:*

- Dass eine Zahlenreihe um eins fortgesetzt wird, wenn zu einer gegebenen Menge ein Teil hinzukommt (Addition).

#### *Zweite Bauphase mit Mengen von 1 bis 8:*

- Dass Kinder sich vorstellen können: Von der zuletzt genannten Zahl muss man sich zu einer zuvor genannten Zahl zurückbewegen, wenn von einer gezählten Menge ein Teil entfernt wird (Subtraktion).

- Dass Kinder bestimmen können, welche Menge von zwei Mengen die größere oder die kleinere Menge ist.

*Dritte Bauphase mit Mengen über 8:*

- Dass Kinder sich vorstellen können: Von der zuletzt genannten Zahl muss man sich zu der zuvor genannten Zahl zurückbewegen, wenn von einer gezählten Menge ein Teil entfernt wird (Subtraktion).
- Dass die Kinder bestimmen können, welche Menge von zwei Mengen die größere oder die kleinere Menge ist.
- Dass die Kinder zwei Mengen zueinander in Beziehung setzen, sie vergleichen und sagen können: eine Menge hat zwei oder drei Dinge mehr oder weniger als die andere Menge.
- Dass die Kinder mit Symbolen arbeiten können“ (Hoenisch 2007, S. 75).

### **3.4.6 Graphische Darstellung, Statistik, Wahrscheinlichkeit**

Da dieser Bildungsbereich in den Rahmenrichtlinien nicht vorgesehen ist, aber im Kindergarten trotzdem sinnvolle Erfahrungen gemacht werden können, führe ich hier einige Anregungen aus dem didaktischen Konzept „MATHEKINGS“ an.

Kinder sammeln täglich viele Informationen ein, sie sortieren und ordnen sie im Spiel.

Für Kinder ist es z.B. interessant herauszufinden, wer heute mit dem Fahrrad oder dem Auto oder zu Fuß in den Kindergarten gekommen ist.

Dabei stellen Kinder Vergleiche an. Immer wenn es um „mehr“ oder „weniger“ geht, sind graphische Darstellungen hilfreich, denn sie zeigen auf einen Blick, was man wissen will.

Im Alltag gibt es unzählige solcher Anlässe.

Auch bei graphischen Darstellungen ist es ratsam, immer mit konkreten Gegenständen zu beginnen. Erst nach einiger Erfahrung mit gegenständlicher Darstellung ist es sinnvoll die Darstellungen auf abstraktere Formen wie Bilder und dann nur mehr auf graphische Formen oder Striche, die stellvertretend für die Gegenstände oder Merkmale stehen, auszudehnen (vgl. Hoenisch 2007, S. 75).

Kinder lieben es nach einiger Übung jedoch, Mengen in einfachen Diagrammen darzustellen, zum Beispiel kann man mit den Kindern die Lieblingsgeschichte der Woche

ermitteln und die unterschiedliche verteilte Punktezah auf diese Weise anschaulich machen.

Zur Wahrscheinlichkeit rät Wittmann (2011) in seiner Fortbildung zum Frühförderkonzept „Mathe 2000“ Würfelspiele zu machen. Dabei bekommen die Kinder ein Gefühl für Wahrscheinlichkeiten und können sich mittels Strichliste bei ihren Schätzungen selbst überprüfen.

#### **Worauf kommt es bei der graphischen Darstellung an?**

- „Dass Kinder Spaß daran haben, Informationen über verschiedene Gegenstände oder Ereignisse zu sammeln.
- Dass Kinder Informationen in graphischen Darstellungen organisieren und Vergleiche anstellen“ (Hoenisch 2007, S. 75).

### **3.5 Vorläuferfertigkeiten für ein erfolgreiches Mathematiklernen in der Grundschule**

Unter mathematischen Vorläuferfertigkeiten werden alle „jene Fähigkeiten und Fertigkeiten verstanden, die das Mathematiklernen vor der Grundschulzeit vorbereiten, unter anderem Zählübungen oder Mengenzuordnungen“ (Krajewski 2003 zitiert in Harder 2010, S. 18).

Wenn von Vorläuferfähigkeiten gesprochen wird, „geht es um Fähigkeiten, die als Voraussetzung für schulisches Lernen angesehen werden und bereits im Kindergarten erworben bzw. gefördert werden sollen“ (Krajewski 2003 zitiert in Harder 2010, S. 18).

Als Synonyme dafür werden auch Begriffe wie Basiskompetenzen, pränumerische Fähigkeiten, mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen, unspezifische Vorläuferfertigkeiten verwendet.

Krajewski (2005) konnte anhand einer Längsschnittstudie mit 130 Kindern in der Vorschule bis ins vierte Schuljahr nachweisen, „dass Kinder, welche über mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen bereits im Vorschulalter verfügen, bessere Mathematikleistungen im Laufe der Grundschulzeit zeigen“ (Krajewski 2003 zitiert in Harder 2010, S. 18).

Krajewski (2002) unterscheidet unspezifische Vorläuferfertigkeiten, mengenbezogenes Vorwissen und zahlbezogenes Vorwissen.



**Unspezifische Vorläuferfähigkeiten:**

- „Klassifikation von Objekten nach Merkmalen,
- räumliches Vorstellungsvermögen,
- Sprachverständnis für präpositionale Beziehungen,
- Gedächtnisspanne (Sequenzgedächtnis)
- Intelligenz

**Mengenbezogenes Vorwissen:**

- Seriation (Muster)
- Mengenvergleiche und Erkennen von Invarianz
- Operieren mit 1: 1 Zuordnungen
- Längenvergleiche

**Zahlenbezogenes Vorwissen:**

- Zählfertigkeit
- Arabisches Zahlwissen (Ziffern zuordnen)
- Rechenfertigkeiten mit konkretem Material“

(Krajewsky verglichen in Harder 2010, S. 19)

Vorläuferfähigkeiten, die sich auf den Erwerb des Zahlenbegriffs beziehen, sind „am besten ausgearbeitet und empirisch fundiert“ (Krajewsky 2003 zitiert in Harder 2010, S. 18).

Bei einer Fortbildung im Kindergartensprengel Brixen hat die Schulberaterin Roswitha Raifer (2011) folgende Übersicht über Vorläuferfertigkeiten und mögliche Testaufgaben im mathematischen Bereich gegeben, welche dem Osnabrücker Test zur Zahlenbegriffsentwicklung entnommen sind.

<i>Vergleichen</i>	<i>Zeig mir den Indianer, der weniger Federn hat.</i>
<i>Klassifizieren</i>	<i>Zeig mir das Bild mit Quadraten und keinem Dreieck.</i>
<i>Eins zu Eins- Zuordnen</i>	<i>Leg mir genau so viele Holzwürfel auf den Tisch wie ich gewürfelt habe.</i>
<i>Nach Reihenfolgen ordnen</i>	<i>Zeige auf das Bild, wo die Äpfel von groß nach klein geordnet sind.</i>
<i>Zahlwörter gebrauchen</i>	<i>Zähle weiter von 6 auf 15.</i>
<i>Strukturiertes Zählen</i>	<i>Zähle die Holzwürfel (ungeordnet) mit Zeigen.</i>
<i>Resultatives Zählen</i>	<i>Zähle die Holzwürfel (in Reihen geordnet) ohne Zeigen.</i>
<i>Allgemeines Zahlenwissen</i>	<i>Du hast 9 Marmeln und 3 davon verloren. Wie viele sind übrig. Zeig mir das richtige Bild dazu.</i>

Abb. 4: Vorläuferfertigkeiten und Testaufgaben (Raifer 2011)

Raifer (2011) betont in ihren Ausführungen, dass Untersuchungen belegen, dass Kinder im Allgemeinen hohe mathematische Kompetenzen mit in die Schule bringen, dass aber die individuellen Unterschiede sehr groß sind. Es sei wichtig zu erkennen, bei welchen Kindern die Zahlenbegriffsentwicklung verzögert ist.

Damit Fachkräfte das aber schaffen und zudem bei allen anderen Kindern wahrnehmen, in welchen Ebenen mathematischer Bildung sie sich befinden, brauchen sie Wissen über das ganze Spektrum der Entwicklung mathematischer Kompetenzen und detaillierte Kenntnisse über den Aufbau des Zahlenkonzepts.

Nachdem wir nun einen Überblick über Inhalte und entwicklungspsychologische Grundlagen im Bereich Mathematik für den Kindergarten erhalten haben, geht es im nächsten Kapitel darum, didaktische Konzepte auf mögliche Hilfen zur Ausgestaltung des Lernens in einer vorbereiteten Umgebung zu prüfen.

## **4. Konzepte für frühe mathematische Bildung und ihre Anregungen für die Gestaltung einer mathematischen Lernumgebung**

Ein sozialkonstruktivistisch orientiertes Bildungsverständnis, wie es den Rahmenrichtlinien zugrunde liegt, fordert von der pädagogischen Fachkraft im Rahmen der frühen mathematischen Bildung eine anregungsreiche, materielle Umgebung zu arrangieren, die es Kindern ermöglicht, ihren Entwicklungsbedürfnissen entsprechend, Erfahrungen zu machen und das mathematische Verständnis durch verschiedene Anregungen zu vertiefen.

Die Rahmenrichtlinien nennen Bereiche, die für die Umsetzung früher mathematischer Bildung sinnvoll sind. Bereits in Kapitel 1 und 3 wurde thematisiert, dass eine Handreichung zur Umsetzung der Ziele nicht mitgeliefert wurde und die pädagogischen Fachkräfte deshalb ziemlich ratlos zu sein scheinen, wie die Umsetzung erfolgen soll. Viele nehmen punktuell die eine oder andere Anregung aus Praxisbüchern auf und machen hie und da ein Angebot. Regelmäßige Unterstützung des mathematischen Lernens findet aufgrund der fehlenden Fachkenntnis kaum statt. Wie wir aber aus bisherigen Ausführungen wissen, ist es für den Aufbau mathematischen Verständnisses sinnvoll und wichtig, dass sich Kinder im Kindergarten bereits von Anfang an regelmäßig und mit ganz unterschiedlichen Materialien beschäftigen können und dabei unterstützt werden, über das Tun auch zu sprechen, sich Begriffe aufzubauen und das Verständnis durch verschiedene Materialanregungen und impulsgebende Fragen der Fachkraft zu vertiefen.

Wie soll das geschehen? Der Bildungsforscher Fthenakis (2009) weist auf das Hilfspotential von guten didaktischen Materialien hin, um „Mathematik im Alltag“ zu ermöglichen.

„Mathematik- Spiele, Übungen und Lernmaterialien, wie sie in manchen Praxisanleitungen und Materialkoffern zusammengestellt sind, können Lernprozesse unterstützen, insofern sie Kindern eine mathematische Idee verdeutlichen oder sie dazu anregen, eine mathematische Aktivität wiederholt auszuprobieren, zu variieren und zu verfeinern (z. B. Muster ergänzen, Formen legen). Außerdem bieten solche Materialien Fachkräften einen Ideenpool für Spiele, Aufgaben und Aktivitäten im Rahmen mathematischer Bildung" (Fthenakis et al. 2009, S. 59).

Er macht auch deutlich, dass die Materialien, die etwa in einem eigenen Mathebereich zu Verfügung stehen, die mathematische Bildung im Kindergarten ergänzen können, jedoch nicht in der Lage sind, die ganzheitliche, in das Bildungsgeschehen der Kindertagesstätte eingebettete mathematische Bildung zu ersetzen (vgl. Fthenakis et al 2009, S. 59).

Diese Aussagen können eigentlich nur bekräftigt werden.

Trotzdem sehe ich die reichhaltige und kompetente Ausstattung der räumlich zentrierten, mathematischen Lernumgebung als Sprungbrett für pädagogische Fachkräfte und Kinder an, um die Mathematik für sich zu entdecken und mit dem noch unbekanntem Bildungsbereich intensive Erfahrungen zu sammeln. Allmählich kann dann der gesamte Kindergarten als Ideenpool für mathematisches Entdecken und die weitere Vertiefung des Verständnisses genutzt werden.

Aus meiner Erfahrung als Montessoripädagogin weiß ich, dass didaktische Konzepte bei gründlicher Auseinandersetzung bzw. Ausbildung das nötige Hintergrundwissen und Gerüst mitliefern, um in der Praxis auch im Bereich Mathematik handlungsfähig zu sein und die Entwicklung der Kinder auf geeignete Weise zu unterstützen.

Allerdings ist mir in der Auseinandersetzung durch diese Laureatsarbeit auch klar geworden, dass z. B. auch die Montessoripädagogik nicht alle Bereiche und Bildungsziele für Mathematik aus den Rahmenrichtlinien so ohne weiteres erfüllt, sondern dass die vorbereitete Umgebung sowohl auf der Materialebene, als auch zum Beispiel für die „Problemlösungskompetenz“ oder den Bereich „Strategien entwickeln“ weniger zu bieten hat als andere Konzepte, dafür für elementare Erfahrungen mit Mengen, Formen, Ziffern und Zahlen sehr viel bereithält. Auch hat mir die Erfahrung der letzten Jahre bei der Weiterentwicklung der „Vorbereiteten Umgebung“ für Mathematik gezeigt, dass durch die Anregungen aus anderen Konzepten und eigenen Ideen, die Möglichkeiten der Kinder zum Zählen, zum gemeinsamen Spielen und Lösungen finden, zum Entdecken, ergänzt werden können.

Viele interessante, selbst hergestellte Materialien, die ich auf besondere Weise vorbereitet habe, damit sie auch einen mathematischen Aspekt haben (z. B. Sortieren, Kategorien finden) haben den Mathematikbereich verändert. Ich habe so auch bemerkt, dass das Interesse der Kinder für Mathematik gewachsen ist und dass sie beispielsweise die am Boden angebrachten nummerierten Fußtritte, mehrmals täglich, zählend auf- und abschreiten.

Weil ich persönlich die Erweiterung meines Grundwissens und meiner Handlungsfähigkeiten durch die Beschäftigung mit anderen Konzepten erfahren habe, werde ich im Folgenden eine grundsätzliche Orientierung in der Fülle der Handreichungen für mathematische Bildung bieten und dann einige vielversprechende, didaktische Konzepte, auf ihre Eignung für den Einsatz in der Lernumgebung analysieren, ihre Stärken und Schwächen aufzeigen und auch Materialien oder Bereiche nennen, für die sie besonders wertvolle Anregungen bereit stellen.

#### **4.1 Didaktische Konzepte für frühe mathematische Bildung**

Bei der Recherche nach ergiebigen Anregungen ist mir eine Flut von Praxisempfehlungen und Konzeptbüchern begegnet und es war gar nicht leicht, einen Durchblick zu erhalten, worin sich die Konzepte und Ideen grundsätzlich unterscheiden.

Auch Gasteiger (2010) weist auf das Orientierungsproblem hin und schreibt, dass aufgrund der neuen Bildungspläne in Deutschland und ebenso fehlender Handreichungen, eine unübersichtliche Anzahl von Veröffentlichungen da ist (vgl. Gasteiger 2010, S.79).

Erst Fachliteratur half mir weiter und ich konnte in der Folge auch persönlich erkennen, dass es zunächst einmal 3 Richtungen in Konzepten gibt, um mathematische Bildung im Kindergarten durchzuführen:

„Konzeptionen, Trainingsprogramme und offene Konzepte für elementare mathematische Bildung“ (ebd. 2010, S. 79).

Diese drei didaktischen Möglichkeiten wiederum unterscheiden sich in zwei Richtungen und zwar gibt es Förderprogramme, die in Form von kleinen Lerneinheiten mathematisches Lernen eher lehrgangartig andeuten und solche Ansätze, welche auf mathematischem Hintergrund konzipierten Ideen zur elementaren mathematischen Bildung, Lerngelegenheiten im Alltag schaffen und nutzen (vgl. Gasteiger 2010, S. 79).

Dabei gibt es einige Konzeptionen, die für einen breiten Einsatz konzipiert und teilweise auch kommerziell gut vermarktet werden, wie dies zum Beispiel, das auch bei uns in Südtirol bekannte „Entdeckungen im Zahlenland“, „Komm mit ins Zahlenland“ ist.

Da diese Konzeptionen Trainingsprogramme sind und der Nutzen für das Lernen in der Lernumgebung nur durch einzelne Elemente wie z. B. den „Zahlenweg“ punktuell sinnvoll wäre, werden die beiden Programme, obwohl sie auch bei uns bekannt sind, in dieser Arbeit nicht vorgestellt. Außerdem befürworten Fachdidaktiker die Programme nicht. Die Kritik der Fachdidaktik liegt vor allem darin, dass die mathematischen Inhalte künstlich verpackt werden und so von der eigentlichen Schönheit, die in der mathematischen Struktur der Inhalte selbst liegt, abgelenkt wird. Weiters sind auch für den Aufbau eines fundierten Zahlenbegriffs Mängel da (vgl. ebd. 2010, S. 83).

Der Mathematikdidaktiker Erich Ch. Wittmann (2011, Fortbildung) nennt folgende Qualitätskriterien für ein Konzept mathematischer Frühförderung, das dem heutigen Lehr- Lernverständnis Genüge leisten soll:

- Orientierung am Fach, d.h. es muss wichtige Grundideen der Mathematik beinhalten
- Konstruktives Verständnis von Lernen
- Die Rolle der Sprache und Kommunikation für den mathematischen Lernprozess muss berücksichtigt werden
- Keine überflüssige Verpackung und kein edutainment: das bedeutet, dass nicht Verkleidungen, Puppen, Märchenfiguren usw. von der eigentlichen Mathematik ablenken sollen (vgl. auch Fthenakis, 2009, S. 40).

In der Folge wird nochmals kurz erklärt, was mit den Aussagen Wittmanns genau gemeint ist, obwohl dies auch aus den Ausführungen zum Bildungsplan in Kapitel 3 bereits implizit hervorgegangen sein müsste.

**Orientierung am Fach** bedeutet für Konzeptionen mathematischer Bildung im Kindergarten, dass die „inhaltlichen mathematischen Themen- und Erfahrungsbereiche Zahl und Struktur, Raum und Form, Maße und Zeit sowie Daten und Zufall“ (Steinweg 2007, 2008, zitiert in Gasteiger 2010, S. 94) vorkommen und bei konkreten mathematischen Aktivitäten oft auch vernetzt sind.

Die Inhalte dieser Bereiche, die sogenannte „Leitlinien“ oder „Pfeiler“ der Mathematik sind, und für die konkrete Erfahrungsmöglichkeiten in der Lernumgebung vorhanden sein sollen, wurden in Kapitel 3 ausführlich thematisiert.

### **Konstruktives Verständnis von Lernen**

„Konzeptionen früher mathematischer Bildung, die gehaltvolle Lerngelegenheiten in den Mittelpunkt stellen, zeichnen sich neben der fachlichen Orientierung durch eine Orientierung am Kind und seinen Lernprozessen aus. Dabei zeigt sich ein konstruktivistisches Verständnis des Lernens als kumulativer, selbsttätiger und situativer Prozess, der eigenständiges Problemlösen unter Berücksichtigung des Vorwissens für den Aufbau flexiblen Denkens und transferfähigen Wissens als zwingend notwendig erachtet“ (Reusser 2006, S. 154 zitiert in Gasteiger 2010, S. 95).

### **Die Rolle der Sprache und Kommunikation**

Wie auch in den Rahmenrichtlinien (2008) deutlich angeführt, muss die Rolle der Sprache und Kommunikation für den mathematischen Lernprozess berücksichtigt werden.

Das „kognitiv- konstruktivistische Lernverständnis“ (Reusser 2006, zitiert in Gasteiger 2010) „wird oftmals durch die soziale Komponente erweitert. Daraus folgt, dass Erkenntnisse nicht allein das Resultat individueller Konstruktionsprozesse, sondern durch dialogische Auseinandersetzung und kollektives Aushandeln gewonnen werden. Der Austausch mit anderen und das soziale und kulturelle Umfeld haben einen nicht zu unterschätzenden Einfluss auf den Aufbau von Wissensstrukturen. Man spricht in diesem Zusammenhang von Ko-Konstruktion, weil für viele konstruktive Lernprozesse Kommunikation mit andern förderlich oder sogar notwendig ist“ (Reusser 2006, S. 154ff, verglichen in Gasteiger, S. 96). Ebendieser betont weiters, dass die Kommunikation zwischen Kindern, aber auch mit Erwachsenen wesentlich zu mathematischem Lernen beiträgt. Trotz des konstruktivistischen Lernverständnisses sei nicht davon auszugehen, dass Mathematik in vollkommen freien Situationen, unabhängig von geeigneten Aktivitäten oder Kommunikationsprozessen gelernt werden kann (vgl. Reusser 2006, S. 157f zitiert in Gasteiger 2010, S. 96).

„Die Bedeutung der Sprache, der Interaktion und der Kommunikation wird von Konzeptionen, die den Ansatz vertreten, mathematische Lerngelegenheiten zu schaffen und zu nutzen, immer wieder hervorgehoben“ (Hoenisch/Niggemeyer 2004, Wittmann 2004; verglichen in Gasteiger 2010, S. 97).

**Keine überflüssige Verpackung und kein edutainment:**

Neben Wittmann (2011) bezieht zu dieser Aussage auch Fthenakis (2009) Stellung: „Die Bildungsaktivitäten [...] haben vorwiegend Spiel-Charakter. Dabei geht es nicht darum, Mathematik vorgeblich in ‚kindgerechte‘ spielerische Hüllen zu verpacken, sondern darum, das mathematische Lernen, Forschen und Entdecken selbst spielerisch und freudvoll mit Kindern zu betreiben“ (Fthenakis 2009, S. 40).

## **4.2 Hochwertige Konzepte für mathematisches Lernen durch arrangiertes Spiel im Alltag**

Alle Konzepte, die eben erwähnten Kriterien entsprechen, achten darauf, dass: „die von den Kindern ausgewählten Aktivitäten dem Entwicklungsstand der Kinder angemessen sind und dazu anregen, ihre Umwelt aktiv zu erkunden. Qualitativ hochwertige Programme zeichnen sich außerdem dadurch aus, dass den Kindern Spielumfelder zur Verfügung gestellt werden, in die Erzieherinnen aktiv eingreifen, um das Spiel der Kinder zu erweitern, den Kindern geholfen wird, es auszuarbeiten und insgesamt der Spielraum der Kinder wenig eingeengt wird“ (www.bundesministerium.de zitiert in Gasteiger 2010, S. 100).

Konzepte, die mathematisches Lernen im Alltag und durch gezielte Unterstützung mit Materialien befürworten, wollen die Fähigkeit der pädagogischen Fachkraft erhöhen „Gelegenheiten als gewinnbringend für mathematisches Lernen zu erkennen und zu nutzen, sowohl im Alltag, als auch im Spiel“ (Gasteiger 2010, S. 97).

Damit dies gelingen kann, werden nun didaktische Konzepte, die im Alltag durch Spiel einsetzbar sind, näher betrachtet.



### 4.3 Beschreibung und Einschätzung von Konzepten für mathematische Bildung

Konzepte für elementare mathematische Bildung und dazugehörige Materialien müssen nach Wittmann (2011, Fortbildungsunterlagen) fachdidaktisch Folgendes leisten?

- Überwindung des Alltagsdenkens
- Grenzüberschreitung zum „abgelösten“, abstrakten mathematischen Denken
- Entwicklung von Bewusstheit und Kontrolle
- Erfassung der inneren Schönheit der Mathematik

Bei den Konzepten, die aufgrund vorher beschriebener grundsätzlicher Unterscheidungen in den Ausrichtungen mathematischer Bildung für einen Einsatz im Alltag einer mathematischen Lernumgebung infrage kommen, wurde aufgrund von Literaturstudium und konkreten Erfahrungen eine Auswahl getroffen: Montessorimaterialien, MATHEKINGS, Frühförderung „mathe 2000“, „Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge“, MATHELino.

Die Wahl fiel auf diese Konzepte, weil sie alle Mathematik im Spiel und Alltag bzw. durch „Spiel im Alltag“ ermöglichen und sich daher für die Arbeit mit einer mathematischen Lernumgebung eignen. Während ich bei den vier erstgenannten alle Kriterien detailliert darstelle, werden von „MATHELino“ nur „Besondere Qualitäten“ und das Kriterium „Schwächen“ ausgeführt.

Die genaue Analyse und Darstellung soll Hilfe leisten, um gute Anregungsmöglichkeiten zur Erweiterung der Lernumgebung im Montessorikindergarten und anderswo anregen zu können.

Vorausgeschickt wird, dass allen diesen Konzepten die Prinzipien Entwicklungsangemessenheit und Möglichkeit zur natürlichen Differenzierung immanent sind, wenn auch in verschiedener Ausprägung innerhalb der verschiedenen Ebenen mathematischer Erfahrungen.

Die Konzepte wurden durch persönliche Erfahrungen und Literaturstudium einer Analyse unterzogen und werden nun aufgrund folgender Kriterien eingeschätzt:

- **Umfang der Bereiche**
- **Ebenen der mathematischen Erfahrungen**
  - Basiserfahrungen
  - Weiterführende Erfahrungen
  - Anbahnung eines vertieften Verständnisses
- **Rolle der Sprache und Kommunikation**
- **Besondere Qualitäten**
- **Schwächen**
- **Umsetzbarkeit für die pädagogischen Fachkräfte**

Im Anschluss daran können Leserinnen und Leser die Aussagen jeweils mit den sechs Grundpositionen für frühe mathematische Bildung von Fthenakis (2009, S. 44) vergleichen und sich so eine eigenständige Meinung meiner Einschätzung im Vergleich zu jenen Kriterien bilden.

### **4.3.1 Montessorimaterialien**

#### **KURZBESCHREIBUNG:**

Maria Montessori hat im Rahmen ihres Konzepts didaktische Materialien entwickelt, die sich besonders dafür eignen, Kindern im freien Spiel und mit Unterstützung der pädagogischen Fachkraft, elementare, sensomotorische Erfahrungen zu gewähren und Denkstrukturen aufzubauen. Außerdem ermöglichen sie Kindern, über das Tun die Welt zu ordnen und fundierte sprachliche Begriffe zu bilden.

#### **Umfang der Bereiche**

Es werden alle Bereiche, die in den Rahmenrichtlinien genannt sind abgedeckt. Maria Montessori teilt die Materialien ein in „Übungen des täglichen Lebens“, „Sinnesmaterialien“, „Materialien zu den Dimensionen“, „Geometrie und Arithmetik.“ Auch für das Thema Zeit gibt es sehr geeignete Materialien und hervorragende Anregungen. Der Bereich Maß und Volumen wird auf vielerlei Weise durch die Sinnesmaterialien und Schüttübungen erfahrbar.

### **Ebenen der mathematischen Erfahrungen**

- *Basiserfahrungen*  
Ausgiebige sensomotorische Erfahrungen in allen Bereichen
- *Weiterführende Erfahrungen*  
Auf der kognitiven Ebene vom konkreten Handeln zur Begriffsbildung und auf der visuellen und haptischen Ebene von der Dreidimensionalität zur graphischen Darstellung.
- *Anbahnung eines vertieften Verständnisses*  
Der Erfahrungsweg geht über mehrere Sinneskanäle. Daher werden Tast- und Raumerfahrung, Hören und Sprache vernetzt. Außerdem wird durch die fundierte Begriffsbildung und Anregung durch die Fachkraft das Wahrgenommene auch in der Umwelt entdeckt und bewusst wahrgenommen.

### **Rolle der Sprache und Kommunikation:**

Alle Materialien regen zum Betasten, Entdecken, Spielen und auch zum Sprechen ein, wenn das die Fachkraft anzuregen versteht.

Die Begriffsbildung nach der Stufenlektion lässt sich auch in freien Situationen hervorragend anwenden, wenn auf der zweiten und dritten Stufe nicht prüfende, sondern neugierig –erwartende Fragen stehen.

### **Besondere Qualitäten**

- Mathematik wird im Alltag durch bewusste Arrangements mit alltäglichen Materialien sichtbar und erfahrbar und die Lernumgebung ermöglicht vielfältige Erfahrungen in allen grundlegenden Bereichen.
- Großes Potential zur Vertiefung der Wahrnehmungsfähigkeit und Verfeinerung der Bewegung und so auch Anregungen zum Vergleichen, Unterscheiden, Kategorisieren, Symbolisieren; sehr gute Möglichkeiten den Zahlenraum zu erfahren und zu begreifen; auch können schon Verständnis und Rechenstrategien mit ganz großen Zahlen erworben werden.

- Spiel in verschiedenen Sozialformen wird angeregt, auch tiefe Konzentration durch eigenständige Vertiefung ist möglich.
- Es gibt konkrete und durch den Inhalt und didaktischen Leitfaden nachvollziehbare Kriterien der Anordnung für Materialien in den offenen Schränken.
- Ästhetische Materialien
- Selbständigkeit und Konzentration durch eigenständige Wahl und Selbstkontrolle im Material
- Anregung zur Abgrenzung des Spiels durch die Arbeit auf dem Teppich oder am Tisch mit Tablett
- Bei allen Tätigkeiten werden die entwicklungsbedingten Bedürfnisse der Kinder berücksichtigt: Das Bedürfnis nach Ordnung (Jedes Ding hat seinen Platz); Details (viele Möglichkeiten Einzelheiten zu achten); Verwendung der Hände (Kontrolle durch Berührung und Bewegung und die aktive Erkundung der Umgebung)
- Anschlussfähigkeit für den weiteren Weg zur Schule ist nicht nur durch die aufgebauten mathematischen Kompetenzen gegeben, sondern auch durch das für die Schule entwickelte Material und Konzept, wenn die Kinder eine Montessorischule besuchen.

### **Schwächen**

Die Materialien sind teuer.

Die Materialien haben geschlossenen Charakter, das bedeutet, dass z.B. Kategorisierungen aufgrund von eigenen Überlegungen nicht so ohne weiteres angeregt werden. Auch Zählalassen sind zwar viele durch das Material da, trotzdem kann die Lust zum Zählen durch andere, offenere Materialien noch erhöht werden.

Problemlösekompetenz durch Argumentieren und Kommunizieren werden nicht explizit gefördert.

### **Umsetzbarkeit für die pädagogischen Fachkräfte**

Der Einsatz der Montessorimaterialien ist ohne fundierte Fortbildung nicht im vollen Umfang seines Potentials möglich.

Allerdings gibt es eine ganze Menge von wirklich guten Praxisanleitungen, die erste Schritte mit Übungen des täglichen Lebens ermöglichen.

Für den Aufbau des mathematischen Verständnisses wären aber die aufbauenden Erfahrungen durch die anderen Materialien und die Begriffsbildung von grundlegender Bedeutung.

Aus dem Vergleich mit den sechs Grundpositionen für die aktuelle Auffassung früher mathematischer Bildung nach Fthenakis (2009) können Leserinnen und Leser nun eigenständig die Güte dieses Ansatzes vergleichen und wahrscheinlich auch die Schwächen wiederfinden, die angeführt wurden.

*„Mathematik mit Kindern in ihrer Welt entdecken  
Positive Haltung zur Mathematik und Selbstvertrauen stärken  
Mathematik bereichsübergreifend betreiben  
Mathematik aktiv, kreativ und kooperativ betreiben  
Eine anregende Lernumgebung gestalten  
Lernmethodische und Problemlösekompetenzen stärken“*  
(Fthenakis et al. 2009, S. 44).

### **4.3.2 MATHEKINGS- junge Kinder fassen Mathematik an**

#### **KURZBESCHREIBUNG:**

Im Erfahrungsbuch „MATHEKINGS“ beschreibt die Amerikanerin Nancy Hoenisch ihre langjährigen und erfolgreichen Erfahrungen mit Kindern, einen neuen Weg zur Mathematik zu finden. Der Buchband zeigt viele anregende Fotos und befähigt durch eingestreute theoretische Grundgedanken auch die Hintergründe zu verstehen. Sie baut ihr Konzept auf Piagets Phasen der kognitiven Entwicklung auf und ermöglicht Kindern durch entsprechende Materialien, Aktivitäten und gekonnte Kommunikation, den Weg vom konkreten Tun zu den abstrakten Symbolen der Erwachsenen zu gehen und Problemlösungskompetenz aufzubauen. Viele anschauliche Beispiele zeigen den Weg dahin in den verschiedenen Bereichen der Mathematik, die Nancy Hoenisch (2007) „Brückenpfeiler“ nennt.

### **Umfang der Bereiche**

Anregungen für alle Bereiche mit interessanten Materialien; dazu gibt es noch entwicklungsgerechte Anregungen für Wahrscheinlichkeit und Statistik

### **Ebenen der mathematischen Erfahrungen**

- *Basiserfahrungen*  
Anregungen für alle Bereiche; besonders interessante Möglichkeiten für den Bereich „Muster und Sortieren“ und Kategorien bilden und Zuordnen.
  
- *Weiterführende Erfahrungen*  
Anregungen für alle Bereiche; besonders für den Aufbau des Zahlenbegriffs gibt es einige ansprechende Möglichkeiten.
  
- *Anbahnung eines vertieften Verständnisses*  
Vielerlei Anregungen, besonders durch das „Mathematische Tagesproblem“ (Hoenisch 2007, S. 23) werden die Kinder befähigt, ihr Wissen auch auf verschiedenen Ausdrucksebenen zu entwickeln (Erlebnis, Rollenspiel, graphisch darstellen, beschreiben und auch den umgekehrten Weg).

### **Rolle der Sprache und Kommunikation**

Die Kinder werden zu sehr viel Kommunikation und interessanten, motivierenden Tätigkeiten angeregt, über die dann am Ende auch wieder gesprochen wird.

### **Besondere Qualitäten**

- Mathematik wird im Alltag durch bewusste Arrangements mit alltäglichen Materialien sichtbar und erfahrbar und die Lernumgebung ermöglicht vielfältige Erfahrungen in allen grundlegenden Bereichen.
- Die Materialien sind interessant, erschwinglich, vielfach selbst herstellbar.
- Vielfältige Vernetzung der Bereiche und auch eine besonders kommunikative Art mit den Kindern zu spielen und zu lernen.
- Die Umgebung wird zwar durch geschicktes Arrangement der Fachkraft vorbereitet, aber die Kinder werden sehr einbezogen; ihre Namen sind an vielen Bildern sichtbar.

- Aufbau des mathematischen Verständnisses von Grunderfahrungen über Sprache bis zur graphischen Darstellung.
- Verschiedene, gute Anregungen können unkompliziert in die Praxis eingebaut werden, z. B. „Das Tagesproblem“ (Hoenisch 2007, S. 23) oder Anregungen zum Spielen mit Mustern, Zuordnungen und zum Aufbau des Zahlenbegriffs.
- Mathematik in den alltäglichen Spielen erkennen, wie z. B durch gezielte Anregungen, um den Blick der Kinder auch auf den strukturellen Aspekt, sprich Muster und Beziehungen, zu lenken.

### **Schwächen**

Gute Anregungen und viel Hintergrundverständnis der Fachkraft sind nötig, damit die Kinder neben der reinen Beschäftigung mit den bunten Materialien auch zum strukturellen Aspekt finden. (In den Vorschulgruppen von Nancy Hoenisch waren weniger als 25 Kinder.)

Die meisten Dinge sind aus Plastik und regen wenig zu achtsamem Umgang an.

### **Umsetzbarkeit für die pädagogischen Fachkräfte**

Die Materialien sind auch einzeln einsetzbar. Wenn etwas gefällt, kann es verwendet werden. Trotzdem ist für eine fundierte mathematische Bildung nach diesem Konzept eine intensive Auseinandersetzung nötig, weil es sonst nur bei Grunderfahrungen bleibt und keine weiterführenden Verstehensprozesse folgen.

Das Konzeptbuch ist zwar in einfacher Sprache geschrieben, trotzdem Bedarf es der intensiven Lektüre, um die „Brückenpfeiler“ wirklich zu verstehen. Da vor allem am Beginn des Buches, die Theorie immer nur eingestreut ist, liest sich das Ganze wie ein Erfahrungsbericht und umfassendes Verstehen des Konzepts ist erst nach einiger Anstrengung möglich.

Auch an dieser Stelle kann durch den Vergleich entdeckt werden, dass dieses Konzept allen Grundpositionen entspricht.

*„Mathematik mit Kindern in ihrer Welt entdecken  
Positive Haltung zur Mathematik und Selbstvertrauen stärken  
Mathematik bereichsübergreifend betreiben  
Mathematik aktiv, kreativ und kooperativ betreiben  
Eine anregende Lernumgebung gestalten  
Lernmethodische und Problemlösekompetenzen stärken“*  
(Fthenakis et al. 2009, S. 44).

### **4.3.3 Die „mathe 2000“ Frühförderung**

#### **KURZBESCHREIBUNG:**

„Das mathe 2000-Frühförderprogramm wurde vor über 20 Jahren an der Technischen Universität Dortmund mit dem Ziel gegründet, ein schlüssiges Konzept für Lernen von Mathematik von der Kindertageseinrichtung bis zum Studium aus einem Guss zu entwickeln“ (Erich Ch. Wittmann in Pauen & Herber S.54).

Seit 2009 ist jetzt auch: Das Zahlenbuch mit den Spielen zur Frühförderung 1 und 2, das Zahlenbuch Spielmaterial 1 und 2, Zahlenmatten bis zur Zahl 12, ein Begleitband zum theoretischen Verständnis des Konzepts und mit detaillierter Beschreibungen der Spiele, eine Audio-CD mit vier Liedern aus den Spielebüchern und ein Poster „Zahlen und Formen“ erhältlich.

Außerdem gehören zum Gesamtkonzept auch noch die Malhefte 1 und 2.

#### **Umfang der Bereiche**

Es geht hauptsächlich um Erfahrungen in zwei Bereichen, dem Bereich Form (Geometrie) und dem Bereich Zahl (Arithmetik). Dabei gibt es pro Band je fünf Anregungen für den einen und fünf Anregungen für den anderen Bereich.

Die Spiele aus dem Zahlenbuch 1 können auch schon von jungen Kindergartenkindern gespielt werden und die Spiele aus dem Zahlenbuch 2 sind vor allem für die Kinder im letzten Kindergartenjahr interessant.

Im Spielebuch 1 werden folgende Erfahrungen durch Spiel im *Bereich Form* angeregt: Grundformen kneten, Lagebeziehungen, Falten und Schneiden, Figuren auslegen, mit Würfeln bauen.



Im Zahlenbuch 2: Figuren und Muster zeichnen, Symmetrie, Figuren auslegen, Formen erkennen, Falten.

Im Zahlenbuch 1 werden folgende Erfahrungen durch Spiel im *Bereich Zahl* angeregt: Zahlenlied, Würfelbilder, Anzahlen bestimmen, Anzahlen nachlegen, Zahlen ordnen.

Im Zahlenbuch 2: Zahlenreihe, Anzahlen bestimmen, Zahlen ordnen, Zahlenmuster, Maßzahlen.

### **Ebenen der mathematischen Erfahrungen**

- *Basiserfahrungen*  
Anregungen für die Bereiche Form, Zahlen, Muster
- *Weiterführende Erfahrungen*  
Anregungen für die Bereiche Form, Zahlen, Muster
- *Anbahnung eines vertieften Verständnisses*  
In beiden Spielebüchern zum Zahlenbuch sind sehr geeignete Strategie und Denkspiele enthalten.

### **Rolle der Sprache und Kommunikation**

Die Kommunikation zwischen pädagogischer Fachkraft und Kind findet vor allem bei der Einführung der Spiele statt. Danach wird Sprache vor allem durch die Kinder, die spielen, genutzt. Es gibt verschiedene Spiele, die zu zweit oder zu mehreren gespielt werden können, und die Kommunikation durch die Aufgaben auf den Spielplänen angeregt wird.

### **Besondere Qualitäten:**

Die Spiele aus den Spielebüchern sind sehr ansprechend und überschaubar, ohne Ablenkung vom wesentlichen Inhalt, gestaltet. Sie können entweder als ganze Bände oder über Farbkopien aufbereitet, für das freie Spiel in der mathematischen Lernumgebung eingesetzt werden und liefern durch die „Denk- und Strategiespiele“ für die Problemlösekompetenz gute Möglichkeiten. Im Bereich „Zahl“ sind systematisch die Elemente aufbereitet, die zum Aufbau eines fundierten Zahlenbegriffs führen. Die Materialien sind jedoch nur empfehlenswert, wenn sie für Kinder in der freien Spielzeit zugänglich sind, damit sie sich häufig damit beschäftigen können. Die Anregungen für

Partnerspiele und gemeinsames Knobeln und Denken kann die mathematische Entwicklung sehr bereichern.

### **Schwächen**

Die „mathe 2000“ Frühförderung ist ein Konzept, das für die mathematische Bildung im Kindergarten nur ein „schmales Kontingent“ (Wittmann & Müller 2010, S. 2) vorsieht. Dementsprechend mager sind die Anregungen vor allem im Bereich Form, auch Kategorien bilden, Erfahrungen mit Zeit, Maß.

### **Umsetzbarkeit für die pädagogischen Fachkräfte**

Die Spiele sind sofort umsetzbar und auch auf der jeweiligen Seite der Spielebücher noch einmal kurz beschrieben. Die Spielebücher zur Frühförderung, Lieder und Zahlenmatten ermöglichen den pädagogischen Fachkräften vor allem im Bereich „Zahl und Strategiespiel“ mathematische Bildung zu unterstützen, ohne sich mit großem, zeitlichem Aufwand in die Grundlagen des Faches einzulesen.

Abschließend ist hier wieder der mögliche Vergleich mit dem, was mathematische Bildung laut Fthenakis (2009) leisten soll.

*„Mathematik mit Kindern in ihrer Welt entdecken  
Positive Haltung zur Mathematik und Selbstvertrauen stärken  
Mathematik bereichsübergreifend betreiben  
Mathematik aktiv, kreativ und kooperativ betreiben  
Eine anregende Lernumgebung gestalten  
Lernmethodische und Problemlösekompetenzen stärken“*  
(Fthenakis et al. 2009, S. 44).

Ich kann dazu sagen: Dieses Konzept kann eine gute Anregung für einen Beginn des Weges zu gezielter und differenzierender mathematischer Bildung sein, bietet aber lange noch nicht alles dafür Nötige und Mögliche.

#### **4.3.4 „Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge“ (Lee 2010)**

##### **KURZBESCHREIBUNG:**

In dem Konzeptbuch „Kinder erfinden Mathematik“ beschreibt die Konzeptgestalterin und Lernbegleiterin Kerensa Lee einen Weg, mit Kindern Mathematik und Kreativität zu verbinden. Lee erprobt seit einigen Jahren mit Kindergartenkindern eine Mathematikdidaktik, die auf den Franzosen Paul Le Bohec zurückgeht. Er vertrat eine besondere Annäherung an die Mathematik, den „freien mathematischen Ausdruck.“

Wichtig bei dieser Art der Auseinandersetzung mit der Mathematik ist es, Kindern gleiches Material in großer Menge bereitzustellen, damit Materialien zu „Denkwerkzeugen“ werden können und Kinder von der zunächst körperlichen Erfahrung mit dem Material zum Gestalten und Strukturieren übergehen. Das Lernen durch eigenes Gestalten und durch den gruppenspezifischen Prozess der „Ideenwanderung“, führt zu immer präziseren geometrischen Gebilden und Anordnungen. Kinder erfahren damit die Geometrie auf sehr beglückende und persönliche Weise.

Voraussetzung bei der Lernbegleitung in diesem Konzept ist der Respekt vor den individuellen Lernwegen der Kinder, die Wertschätzung des Lernens in Gruppen, das Vorbereiten von geeigneten Arbeitsmitteln und Schaffen einer unterstützenden Arbeitsatmosphäre (vgl. Von der Beek 2010, S. 101).

Als Material in großer Menge verwendet Kerensa Lee z.B. Würfel, Eislöffelchen, Eisbecher, mehrfarbige Quadrate, Ein-Cent Stücke. Diese Materialien bieten, wenn sie in unerwartet großer Zahl da sind und den Kindern auch genügend freie Tisch- oder Bodenfläche zur Verfügung gestellt wird, die Möglichkeit, verschiedene Phasen mathematischer Erfahrungen zu durchlaufen: Zuerst erfahren die Kinder das Material einfach sinnlich und genießen die Fülle, dann gehen sie zum Strukturieren und Ordnen über. Sie entdecken die Fläche, den Turm, gestalten verschiedene Formen und gelangen schließlich zu immer exakter werdenden geometrischen Gebilden. In einem weiteren Schritt werden die Kinder angeregt, die Ideen aufs Papier zu bringen und sie zu analysieren und zu besprechen. Das wird anhand von Digitalkameras angeregt oder auch durch graphische Darstellungen.

### **Umfang der Bereiche**

Die Materialien sind auf dem ersten Blick unscheinbar, doch wegen der Fülle faszinierend. Sie regen zu Erfahrungen in allen Bereichen an, wenn die Auseinandersetzung mit dem Material nicht auf der ersten, rein sinnlichen Ebene stehen bleibt.

### **Ebenen der mathematischen Erfahrungen**

- *Basiserfahrungen*  
Sinnliche Erfahrungen mit Menge und Anordnungen
- *Weiterführende Erfahrungen*  
Zählprozesse, eigenständig Formen und geometrische Gebilde herstellen
- *Anbahnung eines vertieften Verständnisses*  
Die Erfahrungen des Strukturierens und Ordnen in zeichnerischer Form darstellen

### **Rolle der Sprache und Kommunikation**

Das Material ist selbst sehr anregend und fordert zunächst zum Tun auf, die Lernbegleiterin in dieser Anfangsphase ist sprachlich sehr zurückhaltend. Sprachlicher Ausdruck wird erst nach der Strukturierung wichtig. Es werden dann Muster durch gemeinsames Betrachten bewusst gemacht und Ideen von den Kindern selbst erklärt. Es gibt viele Möglichkeiten über Formen, Symmetrien und Modelle zu sprechen. Durch die „Ideenentwicklung“ in der intensiven Auseinandersetzung wird auch Problemlösungsverhalten durch das Material selbst und durch Austausch mit anderen provoziert.

### **Besondere Qualitäten**

Das Material bietet gute Erfahrungsmöglichkeiten mit Mengen, für die Anbahnung und der vertiefenden Erfahrungen des Zählens und der Operationen sowie für fundierte Erfahrungen mit Formen, räumlichen Gebilden und Mustern. Gute Möglichkeiten sind auch für den Transfer der erlebten mathematischen Tätigkeit zum graphischen Ausdruck da.

Besonders interessant ist die Anregung mit der Menge von Würfeln mit der Augenzahl bis sechs. Dabei wird die Verbindung von Geometrie und Arithmetik in den Mittelpunkt gerückt und es gibt unzählig viele Möglichkeiten, bei Kindern dabei reichhaltige Erfahrungen mit Mustern, Reihen, Kategorien, Formen, Volumen, Gewicht, Zählen, Rechnen und Rechengeschichten anzuregen.

### **Schwächen**

Durch die Unstrukturiertheit der Materialien ist das mathematische Potential nicht sofort erkennbar und es braucht schon einiges Vorwissen, um Prozesse für die Entwicklung mathematischen Denkens nutzbar zu machen. Sinnliches Erleben allein ist nicht genug! Das Material ist eine Bereicherung für die Lernumgebung, als Gesamtkonzept für frühe mathematische Bildung reicht es in einer Lernumgebung aber nicht aus. Vor allem die Sicherung numerischen Basiswissens auf symbolischer Ebene ist nicht gegeben. Die Verbindung von Menge mit Ziffer und Zahl ist nicht herausgearbeitet.

### **Umsetzbarkeit für die pädagogischen Fachkräfte**

Das Material ist für pädagogische Fachkräfte relativ leicht zu organisieren und auch das Konzeptwissen für die Unterstützung ist schnell anzueignen; allerdings ist dieses Konzeptwissen allein zu wenig, um fundierte mathematische Bildung durchzuführen und diese auch in freien Spielsituationen, unabhängig von diesem Material, anregen zu können. Das Material lässt sich gut in einer Lernumgebung integrieren. Voraussetzung ist, dass eine ruhige Atmosphäre und genug Zeit da sind, um auch die verschiedenen Phasen der Ideenentwicklung hin zur Strukturierung und Perfektionierung zuzulassen. Und hier ist wieder die Möglichkeit zum Abgleich der Aussagen mit den Grundsätzen von Fthenakis.

*„Mathematik mit Kindern in ihrer Welt entdecken*

*Positive Haltung zur Mathematik und Selbstvertrauen stärken*

*Mathematik bereichsübergreifend betreiben*

*Mathematik aktiv, kreativ und kooperativ betreiben*

*Eine anregende Lernumgebung gestalten*

*Lernmethodische und Problemlösekompetenzen stärken“*

(Fthenakis et al. 2009, S. 44).

Meines Erachtens sind alle Grundsätze gut bedient, nicht aber alle Bereiche. Somit kann dieses Konzept nur eine Ergänzung zu anderen Materialien in einer mathematischen Lernumgebung sein.

### **4.3.5 MATHELino**

#### **KURZBESCHREIBUNG:**

Das Buch „MATHELino, Kinder begleiten auf mathematischen Entdeckungsreisen“, ist aus einem Forschungs- und Entwicklungsprojekt an der Hochschule Freiburg im Breisgau hervorgegangen. Die Mathematikdidaktiker für frühe mathematische Bildung, Christine Streit und Thomas Royar, beschreiben darin übersichtlich und für pädagogische Fachkräfte sehr gut nachvollziehbar, wichtige Entwicklungsprozesse mathematischer Bildung bei Kindern, stellen in einer Graphik die Kernbereiche der mathematischen Bildung im Kindergarten, Möglichkeiten der freien, arrangierten und instruierten Erfahrungen mit didaktischen Materialien und die Unterscheidung Anwendungsorientierung und Wahrnehmung der Strukturebene vor.

Wie schon in der Einleitung zu diesem Abschnitt erwähnt, bearbeite ich für dieses Konzept nicht alle Kriterien, da im Materialteil für mich nicht ergiebige Erfahrungsmöglichkeiten auszumachen sind.

#### **Besondere Qualitäten**

Der einführende Theorieteil und die Graphik (Royar/Streit 2010, S. 7-27), mit denen pädagogische Fachkräfte unterstützt werden, Aktivitäten durch die Unterscheidung in verschiedene Kernbereiche, Sichtweisen und Methoden wahrzunehmen, ist sehr gelungen.

Da sie sehr deutlich zwischen der Anwendungsorientierung und der Wahrnehmung der Strukturebene mathematisch relevanter Situationen unterscheiden, finde ich das Buch in besonderer Weise dazu geeignet, sich als Lernbegleiterin die Kompetenzen für den differenzierenden Blick in Situationen und Arrangements aufzubauen, die angewandte mathematische Ebene der unbewussten Spielhandlung von der strukturellen Ebene zu unterscheiden und ein kritisches Auge für den Sinn und den Zeitpunkt von freien, arrangierten und angeleiteten Aktivitäten zu entwickeln.

### **Schwächen**

Die Ergiebigkeit der Möglichkeiten bzw. die Aufforderung zum Finden von Beziehungen, Merkmalen, Ordnungen ist bei vielen der vorgestellten Materialien gering. Im Buch sind für Maß, Zahl und Form jeweils drei Materialien beschrieben, nur wenige Materialien können im Arrangement wirklich überzeugen. Außer den Würfeln (Royar/Streit 2010, S. 34) sind keine Materialien in ihrem Aufgabengehalt ergiebig. Am ehesten interessant sind noch die Anregungen für den Bereich Maß: Erfahrungen mit Waagen und mit bunten Seilen, die zum Messen von Längen einladen. Aber auch hier erwarte ich mir mehr Struktur, die vom Material ausgeht, wie zum Beispiel, dass im vorbereiteten Korb 10 Seile unterschiedlicher Länge mit gleicher Farbe vorhanden sind oder dass jeweils fünf Mal zwei Seile pro Farbe mit je gleicher Länge vorhanden sind, damit die Struktur auch für Kinder erkennbar und zum Ordnen und Vergleichen auffordert.

Die Lernumgebung soll nämlich kein Ort sein, an dem sich ein Sammelsurium von Materialien befindet, mit denen man irgendetwas tun kann, sondern es müssen vom Material selbst Anregungen ausgehen, die zum Ordnen, Strukturieren, Vergleichen anregen und nicht nur zur Dekoration herausfordern. Mathematik heißt Muster und Beziehungen wahrnehmen. Wie soll das in einer Gruppe von 25 Kindern in einer Lernumgebung gelingen, wenn nicht mit Unterstützung durch gut arrangiertes Material?

Aus Beobachtungsbeschreibungen im Buch ist auszumachen, dass die Kinder auch bei Basiserfahrungen relativ viel Anregung durch die Lernbegleiterin gebraucht haben (ebd. S. 52). Auch dies deutet darauf hin, dass die Materialien sehr offene Aufgaben sind, die zu wenig Struktur beinhalten.

### **Kritische Anmerkungen zur Aufgabenqualität von Materialien in einer mathematischen Lernumgebung**

Aufgabenqualität bei Materialien für elementare Bildung bedeutet für mich, dass die Materialien auch von sich aus zu strukturierten oder strukturierenden Erfahrungen auffordern. Offene Einstiegsfragen zur grundsätzlichen Verwendung des Materials, wie: „Was kann man mit so einem Seil alles machen?“ (Royar/Streit 2010, S. 52) können in einer Gruppensituation bei der ersten Einführung gut einsetzbar sein, in der freien

Spielzeit, die differenziertes Lernen auf verschiedenen Entwicklungsniveaus zulassen soll, ist dies mit zwei Fachkräften für 25 Kinder unrealistisch. Da muss schon das Material in der Lernumgebung auch selbst anregen, Grundmöglichkeiten durchzuführen und Entdeckungen zu machen. Denn was sollen die Kinder entdecken, wenn es keine Beziehungen oder nur mathematische Beziehungen „über drei Ecken gedacht“ gibt?

Bei Maria Montessori zum Beispiel gibt es ganz bestimmte Kriterien, die die Materialien erfüllen müssen, um für den „ordnenden“ Geist hilfreich zu sein. Pauen (2009) meint dazu „Es geht (also) nicht darum irgendwelche Gegenstände in eine Kiste zu legen, wenn man Kinder zum Zählen animieren möchte. Durch die intelligente Gestaltung von Materialien können bestimmte Kompetenzen gezielt gefördert werden“ (Pauen & Herber 2009, S. 68).

So gesehen sind weiterführende Impulse und Fragen, was man mit dem Material oder einer Kombination daraus noch erfahren könnte, erst sinnvoll, wenn Kinder einen weiteren Impuls brauchen. Als Alternative zu offenen Fragen sind forschende Handlungsaufträge als Einstieg in selbstständiges und begleitendes Erkunden besser geeignet. Zum Beispiel: „Findet heraus, welche Möglichkeiten ihr mit diesem Material findet.“

Auf der Stufe der Basiserfahrungen muss das Material sprechen. Auf der zweiten Ebene kann dann über das Material das Sprechen angeregt werden und auf der dritten Ebene des vertiefenden Verständnisses sind offene Situationen grundlegend wichtig und unabdingbar.

#### **4.4 Zusammenfassende Bemerkungen und Positionierung**

Aus den Ausführungen in den vier Kapiteln dieser Laureatsarbeit ist ein Bild entstanden, was mathematische Bildung in heutigem Verständnis sein und leisten soll. Es wurde herausgearbeitet, dass die Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung mit Unterstützung von aktuellen, fachdidaktischen Konzepten Hilfestellung sein kann, um den Weg der professionellen Weiterentwicklung von pädagogischen Fachkräften im Bereich mathematischer Bildung zu fördern.



Aus der Analyse einiger Konzepte für frühe mathematische Bildung kann geschlossen werden, dass grundsätzlich einer sinnvollen Kombination der genannten Anregungen aus unterschiedlichen Konzepten nichts im Wege steht.

Für die Qualität der Lernkultur in der mathematischen Lernumgebung wünsche ich mir, dass in vielen Kindergärten das möglich ist oder werden kann, was Ursula Carle, Professorin und Leiterin der Abteilung Elementar- und Grundschuldidaktik an der Universität Bremen, so formuliert hat: ein angstfreier Raum, gegenseitige Wertschätzung, eine hohe Experimentierfreude, ein hohes Maß an Individualität, große Diversität, unterschiedliche Zugänge und Perspektiven, Material und Werkzeug, das Spielräume eröffnet und die klare Strukturierung im Sinne guter Ordnung (vgl. Carle 2011, *Die gute Aufgabe gibt es nicht*).

Ich bin mir sicher: Wenn pädagogische Fachkräfte in der Lage sind oder sein werden, solches Lernen durch eine geeignete Gestaltung der Lernumgebung vorzubereiten, kann freudigen mathematischen Erkenntnisprozessen im Kindergarten nichts mehr im Wege stehen.

## Empirische Forschung

Nachdem im ersten Kapitel eine Auseinandersetzung mit den veränderten Anforderungen der pädagogischen Fachkräfte durch den Einsatz der neuen Rahmenrichtlinien, im zweiten Kapitel die Gestaltung von Lernräumen und Bedingungsfaktoren für professionelles Handeln, im dritten Kapitel das fachdidaktische Wissen um mathematische Inhaltsbereiche, Entwicklungsprozesse und praktische Möglichkeiten und im vierten Kapitel die Einschätzung von didaktischen Konzepten früher mathematischer Bildung als Hilfen für die Einrichtung einer Lernumgebung thematisiert worden sind, geht es im empirischen Forschungsteil nun darum, herauszufinden:

- ob mathematische Bildung im Kindergarten in speziell gestalteten Lernumgebungen bereits stattfindet,
- ob die Kindergärten das Material für die Einrichtung von mathematischen Lernumgebungen zur Verfügung haben oder ob noch materieller Unterstützungsbedarf ist,
- ob sie Konzepte für frühe mathematische Bildung kennen und wann und wie mathematische Bildung im Kindergarten durchgeführt wird.

Außerdem interessiert es mich in einem zweiten Moment, einige eingerichtete Lernumgebungen zu besuchen, um herauszufinden, welche Materialien auf welche Weise darin vorbereitet sind und welche konzeptionellen Überlegungen die verantwortlichen pädagogischen Fachkräfte bei der Einrichtung der Lernumgebung angestellt haben.

Weil bereits die Vorbereitung einer mathematischen Lernumgebung hohe Professionalität erfordert und zum Stand der Lernumgebungen ganz klar die fachdidaktischen Voraussetzungen der Fachkräfte gehören, gehe ich im letzten Forschungsteil durch eine Materialerkundung bei einem Werkkreistreffen der Frage nach, welche Grundlagen Fachkräfte bereits dafür mitbringen.

## 5. Die Formulierung der Forschungsfragen und Forschungshypothesen

Am Anfang jeder Forschung stehen die Formulierung des Erkenntnisinteresses und eine präzise Fragestellung. Obwohl dieser Erkenntniswunsch recht banal klingen mag, ist er ausschlaggebend für den weiteren Verlauf einer Forschungsarbeit (vgl. Przyborski/Wohlrab-Sahr, 2008, S. 15).

Anregungen zu einer Fragestellung können aus vielen Quellen kommen. Dazu gehören Alltagsbeobachtungen, Gespräche mit Personen, die das potentielle Forschungsfeld kennen, und natürliche diverse Arten von Literatur, in denen dieses Phänomen behandelt wird (vgl. ebd. 2008, S. 16).

„Zu Beginn jeder Forschung gilt es, aufgrund erster Beobachtungen und Überlegungen, sowie in Auseinandersetzung mit Fachliteratur und anderen Quellen, die das interessierende Phänomen betreffen, sein eigenes Erkenntnisinteresse zu formulieren und die Fragestellung der Untersuchung zu präzisieren. Das Phänomen selbst, das untersucht werden soll, lässt mehrere Fragestellungen zu. Bei der Präzisierung der Fragestellung werden bereits Theoriebezüge erkennbar. Allerdings bleibt die erste Formulierung der Fragestellung und des Erkenntnisinteresses vorläufig und wird im Laufe der Forschung nachjustiert“ (vgl. ebd. 2008, S. 17).

Da wissenschaftliche Befunde deutlich zeigen, dass Kinder, welche früh die Möglichkeiten haben mathematische Vorläuferfähigkeiten aufzubauen, Vorteile für ihre mathematischen Leistungen in der Schule haben, geht mein Erkenntnisinteresse dahin Bedingungen und Voraussetzungen zu erheben, die für mathematische Bildung im Kindergarten vorhanden sind.

In den vorangehenden Kapiteln wurde die Notwendigkeit der Professionalisierung der pädagogischen Fachkräfte aufgrund verschiedener Veränderungen thematisiert und die Vorbereitung von Lernumgebungen, sowie das Fachwissen und Wissen um didaktische Konzepte für die Einrichtung der Lernumgebung und Begleitung der mathematischen Lernprozesse als wesentlich herausgestellt. Nun gilt es, mittels empirischer Forschung herauszufinden, wie es um den Stand der mathematischen Lernumgebungen bestellt ist

und den Stand der Professionalisierung zu ermitteln, um abschließend einen Vorschlag für die eventuell nötige Weiterentwicklung der pädagogischen Fachkräfte zu unterbreiten. Deshalb führe ich zur Grobsichtung zuerst eine Untersuchung anhand schriftlicher Befragung der leitenden Fachkräfte im Kindergartensprengel Brixen durch. Anschließend besuche ich einige bestehende Lernumgebungen, mache Fotodokumentationen und führe Interviews mit pädagogischen Fachkräften. In zwei Workshops zur mathematischen Bildung im Kindergarten versuche ich durch teilnehmende Beobachtung mit Videounterstützung, schriftliche Kurzbefragung und Moderationsmethode den Stand fachdidaktischer Voraussetzungen zu ermitteln.

## 5.1 Die Forschungsfrage

In den ersten vier Kapiteln vorliegender Arbeit wurden ausreichend Gründe aufgezeigt, die eine spezielle Lernumgebung für mathematische Bildung befürworten.

In der Zusammenschau dieser Beweggründe gehören zum Gesamtbegriff der mathematischen Lernumgebung

- entsprechende Räumlichkeiten bzw. Raumteile,
- geeignete Materialien sowie
- das Fachwissen der pädagogischen Fachkräfte, welches als Voraussetzung für geeignete Ausstattung und kompetente Durchführung von Lernbegleitung in einer mathematischen Lernumgebung angesehen wird.

Die Hauptforschungsfrage lautet deshalb:

<p><b>Welche strukturell/materiellen Bedingungen und fachlichen Voraussetzungen haben pädagogische Fachkräfte, um mathematische Bildung in einer mathematischen Lernumgebung anzuregen?</b></p>
---

Folgende dazugehörigen Unterfragen sollen durch Anwendung verschiedener Forschungsmethoden beantwortet werden:

**Unterfragen 1: Zum Stand strukturell/materieller Bedingungen und Konzeptkenntnissen**

Gibt es in Kindergärten des Sprengels Brixen Lernumgebungen für mathematische Bildung? Welche Materialien sind darin zu finden? Welche Konzepte kennen Fachkräfte und werden sie auch angewandt?

**Unterfragen 2: Zur praktischen Didaktik in bestehenden Lernumgebungen**

Nach welchen Gütekriterien, Überlegungen sind bereits bestehende Lernumgebungen eingerichtet? Welche Materialien werden zur Verfügung gestellt?

**Unterfragen 3: Zu Voraussetzungen für die Unterstützung mathematischer Bildung bei pädagogischen Fachkräften**

Welchen Zugang zum Bildungsbereich Mathematik haben pädagogische Fachkräfte und welches fachdidaktische Wissen lässt sich erkennen? Welche Vorbildung durch Aus- oder Fortbildung haben sie für die Organisation von mathematischer Bildung? Welche Wünsche zur Weiterentwicklung sind vorhanden?

## 5.2 Hypothesen

Aufgrund der persönlichen Erfahrungen und der Befunde aus der Literaturrecherche basiert das Forschungsvorhaben auf zwei Haupthypothesen und mehreren Unterhypothesen:

**Haupthypothese 1**

Es gibt einen Zusammenhang zwischen dem Vorhandensein einer mathematischen Lernumgebung in Kindergärten und der Kenntnis von Konzepten für frühe mathematische Bildung aufgrund von Ausbildung, Literaturstudium oder Fortbildung.

**Haupthypothese 2**

Es lässt sich in der Aufbereitung der mathematischen Lernumgebung (wie und was) evtl. auch ein Zusammenhang erkennen zwischen Erklärungsweise der praktischen Didaktik und Qualifikation der Fachkräfte (Hintergrundwissen) durch zusätzliche Fortbildungsmaßnahmen.

Unterhypothese 1

Bewusst gestaltete Lernumgebungen für Mathematik sind auch in Kindergärten des Sprengels Brixen noch selten.

Unterhypothese 2

Mathematische Bildung erfolgt im Kindergartenalltag vielfach unbewusst und unreflektiert oder in sporadisch organisierten Bildungsangeboten.

Unterhypothese 3

In den Kindergärten des Sprengels Brixen sind zwar verschiedene Materialien mit mathematischem Gehalt vorhanden. Sie werden aber nicht gezielt und bewusst für die Unterstützung mathematischer Bildung eingesetzt.

Daraus lässt sich weiters die Vermutung aufstellen: Materialien haben vielfach deshalb keinen Platz, der signalisiert, dass es in diesem Bereich/Raum um Mathematik geht, weil den Fachkräften aufgrund geringen Wissens um die Organisation von mathematischer Bildung dieser Bereich selber noch nicht wichtig ist.

Unterhypothese 4

Fachkräfte, welche eine spezielle Lernumgebung für Mathematik bereitstellen, verfügen über mehr didaktisches Fachwissen und kennen eher Konzepte für Mathematik aus Ausbildung, Literaturstudium oder Fortbildung, als wenn Mathematik nur im Alltag erfolgt.

Unterhypothese 5

Die bestehenden Lernumgebungen orientieren sich noch kaum an Bereichen aus den Zielen der Rahmenrichtlinien. Die Lernumgebungen sind relativ unsystematisch aufgebaut und für das Lernen in den verschiedenen Bereichen noch dürftig ausgestattet.

Unterhypothese 6

Viele pädagogische Fachkräfte haben wenig fachdidaktisch relevante Kenntnisse (viel Proberhandlung) um eine gute mathematische Lernumgebung einzurichten und eine angemessene Lernbegleitung zu bieten, jedoch Interesse und Einsicht in die Notwendigkeit einer gezielten Weiterbildung diesbezüglich.

### **5.3 Das Forschungsfeld**

Das Forschungsfeld besteht aus 31 Kindergärten des Sprengels Brixen. Jedem dieser Kindergärten steht eine pädagogische Fachkraft in leitender Funktion vor. Im Kindergartenjahr 2011/12 gab es 2 Kindergärten mit fünf Gruppen und einer freigestellten Leiterin, 4 Kindergärten mit vier Gruppen und einer freigestellten Leiterin, 7 dreigruppige Kindergärten, 3 zweigruppige und 15 eingruppige Kindergärten, in welchen die leitende Fachkraft auch selbst in der Gruppe mitarbeitet. Der ganze Sprengel zusammen hat demzufolge 68 Abteilungen, in denen meist je zwei pädagogische Fachkräfte versuchen, insgesamt 1527 Kindern gute Bildungsmöglichkeiten zu gewähren.

## **6. Wahl und Beschreibung der Forschungsmethoden**

Die Sozialwissenschaften haben es sich zur Aufgabe gemacht, die Vielfalt menschlicher Verhaltensweisen und das Zusammenspiel zwischen Verhalten und persönlichen Eigenschaften zu beschreiben und zu analysieren. Der qualitative und der quantitative Ansatz sind in den Sozialwissenschaften zwei fundamentale Grundansätze. Beide Herangehensweisen haben in der modernen Forschung ihre Anwendung gefunden (vgl. Cropley 2008, S. 11).

In „fortschrittlichen Gesellschaften werden für viele unterschiedliche Problemstellungen systematische Informationen über gesellschaftliche Zusammenhänge und das Handeln von Menschen benötigt“ (Schnell et al. 2005, S. 5).

Um diese Zusammenhänge erforschen zu können, benötigt man eindeutige wissenschaftliche Methoden. Diese wissenschaftlichen Methoden zur Erforschung der Umwelt entstehen aus dem Alltagsgeschehen heraus. Durch das Erfahren und Erkennen, durch Beobachten und Fragen stellen, lernen wir die Umwelt kennen. Wird dabei die Konzentration auf nur wenige Aspekte gelegt, werden die anderen Aspekte ausgegliedert und werden dabei bestimmte Regeln eingehalten, so handelt es sich um eine wissenschaftliche Technik (vgl. Mayer 2009, S. 5).

## 6.1 Instrumente/Verfahren

Damit ein Instrument ausgewählt werden kann, gilt es zu prüfen, ob es sich für die Beantwortung der Forschungsfrage als geeignet zeigt und ob der Aufwand, der damit verbunden ist, laut voraussichtlicher Aussagekraft der gewonnenen Daten, zu befürworten ist. Prinzipiell lassen sich Erhebungsverfahren anhand mehrerer Kriterien unterscheiden. Schnell (2005, S. 319) unterscheidet grundsätzlich zwischen Befragung, Beobachtung und Inhaltsanalyse.

Die Befragung gilt nach wie vor als „das Standardinstrument empirischer Sozialforschung bei der Ermittlung von Fakten, Wissen, Meinungen, Einstellungen oder Bewertungen“ (Schnell et al. 2005, S. 321) im sozialwissenschaftlichen Anwendungsbereich.

„Nach der Form der Durchführung einer Befragung unterscheidet man mündliche Befragung, schriftliche Befragung, Telefoninterview und internetgestützte Befragung“ (Schnell et al. 2005, S. 321).

Da im Rahmen der Untersuchung der Hauptforschungsfrage, sowie der ersten Unterfrage eine möglichst breite Stichprobe aus allen 31 Kindergärten aussagekräftige Ergebnisse liefern soll, fiel die Wahl zur Grobsichtung des Standes mathematischer Lernumgebungen auf eine quantitative Befragung mittels schriftlichem Fragebogen.

Für die Unterfrage 2 scheinen ein leitfadengestütztes Interview und eine Fotodokumentation bei der Begehung ausgewählter Lernumgebungen sinnvoll zu sein.

Um die dritte Unterfrage zu klären, fiel die Wahl auf eine teilnehmende Beobachtung mit Videounterstützung und eine Gruppendiskussion mittels Moderationsmethode, sowie eine schriftliche Kurzbefragung.



## **6.2 Die schriftliche Befragung im Kindergartensprengel Brixen**

Da die Untersuchung des ersten Teils meiner Hauptforschungsfrage zur strukturell/materiellen Ausstattung in den Kindergärten des Sprengels Brixen mittels schriftlicher Befragung erfolgt, führe ich zunächst in die Besonderheiten der schriftlichen Befragung ein.

Der Fragebogen zählt zu den wichtigsten und meist angewendeten Untersuchungsverfahren. Bei der Fragebogen- Methode werden den befragten Personen sprachlich klar strukturierte Vorlagen vorgelegt. Diese Fragen, Begriffe oder Feststellungen werden als Items bezeichnet (vgl. Mummendey/Grau 2008, S. 14).

Die Konstruktion eines Fragebogens sollte so aufgebaut sein, dass den ersten Fragen eine besondere Bedeutung zukommt. „Sie sollten interessant in das gesamte Thema einführen und leicht zu beantworten sein.“ Denn „an ihnen entscheidet sich das Engagement der Befragten zur Beantwortung des gesamten Fragebogens“ (Schnell 2005, S. 343).

Dieses vorausgeschickt ist die Fragenformulierung von größter Wichtigkeit. Atteslander (2010) nennt wie Schnell (2005, S. 334ff) und Mayer (2009, S. 90) dazu einige wichtige Regeln:

- Fragen sollten einfache Wörter enthalten (keine Fachausdrücke oder Fremdwörter)
- Fragen sollten kurz und konkret formuliert sein
- Keine Suggestivfragen anwenden (Fragen sollen nicht Antworten provozieren)
- Fragen sollen sich nur auf einen Sachverhalt beziehen
- Fragen sollen den Befragten nicht überfordern
- Fragen sollten zumindest formal „balanciert“ sein, d. h. in der Frage sollten alle, sowohl die negativen als auch die positiven Antwortmöglichkeiten enthalten sein (vgl. Atteslander 2010, S. 156f).

### **Die offene, halboffene und geschlossene Fragestellung**

„Hinsichtlich der Antwortvorgaben wird zwischen offenen, halboffenen und geschlossenen Fragen unterschieden. [...] Bei einer offenen Frage sind keine

Antwortvorgaben vorhanden (Mayer, 2009 S. 90). Der „Hauptvorteil offener Fragen besteht darin, dass der Befragte innerhalb seines eigenen Referenzsystems antworten kann, ohne durch die Vorgabe von Antworten bereits in eine Richtung gelenkt worden zu sein“ (Schnell et al. 2005, S. 332). Man muss aber bedenken, dass viele Befragte mit der Verbalisierung der Antworten überfordert sein könnten (vgl. Mayer, 2009, S. 93). Ein Nachteil offener Frage besteht weiters darin, dass deren Auswertung sehr kompliziert ist. Es ist erforderlich, die gegebenen Antworten mittels einer Inhaltsanalyse in Kategorien zu unterteilen und jeder Versuchsperson einen Wert für jede Kategorie zuzuweisen. (vgl. ebd. S. 74f) Vorgegebene Antworten in Form geschlossener Fragen helfen hingegen bei der Erinnerung (Mummendey/Grau 2008, S. 75). „Geschlossene Fragen verlangen vom Befragten, sich zwischen Antwortalternativen zu entscheiden. Dabei ist zu beachten, dass die Zahl der Antwortalternativen für den Befragten überschaubar bleibt. Die vorgegebenen Antwortmöglichkeiten müssen aber erschöpfend sein.“ (Mayer 2009, S. 91) Ich habe Fragen mit Antwortskalen eingebaut, die zwischen zwei und vier Möglichkeiten der Entscheidung zulassen.

In meinem Fragebogen kommen zum größten Teil geschlossene oder halboffene Fragen vor, weil sie in diesem Zusammenhang sinnvoll und bei der Auswertung und Interpretation leichter zu handhaben sind.

Nur am Beginn des Fragebogens verwende ich eine ganz offene Fragestellung, die Fachkräften eine sichere Antwortmöglichkeit gibt, auch wenn sie im Kindergarten noch keine mathematische Lernumgebung eingerichtet haben.

### **6.2.1 Stichprobe und Grundgesamtheit**

Eine Stichprobe ist immer oder wenigstens meistens aus Zeit- und Kostengründen ein Teil der Grundgesamtheit. Bei der Auswahl der Befragten ist darauf zu achten, „dass die Stichprobe ein möglichst getreues Abbild der Gesamtpopulation ist“ (Kirchhoff et al. 2010, S. 15). Dabei ist es wichtig die Stichprobe so zu wählen, dass die Werte (Mittelwerte) der interessierenden Merkmale (Variablen) sich möglichst wenig von der Grundgesamtheit unterscheiden, sodass Generalisierungen auf die Grundgesamtheit vorgenommen werden können, was als „Repräsentativitätsschluss“ bezeichnet wird (vgl. Mayer 2009. S. 60).

„Je größer man die Stichprobe wählt, desto stärker nähern sich ihre Werte den wahren Werten der Grundgesamtheit. Der Sinn einer Stichprobe ist es, die Untersuchung auf wenige Personen beschränken zu können. Dabei muss aber ein gewisser Fehler in Kauf genommen werden“ (Mayer 2009, S. 66).

In meiner schriftlichen Befragung geht es um alle 31 Kindergärten des Sprengels Brixen. Dabei füllen aber nicht alle Fachkräfte einzeln, sondern eine oder mehrere Fachkräfte zusammen bzw. die Leiterin den Fragebogen aus. Das bedeutet: Es gibt maximal 31 Bögen, die auszuwerten sind. Die Ergebnisse daraus zeigen jedoch trotzdem ein Bild der gesamten Einrichtungen, die den Fragebogen ausfüllen.

### **6.2.2 Vorstellung des Fragebogens**

In folgendem Abschnitt stelle ich meinen Fragebogen vor und gehe auf die einzelnen Teile genauer ein. Der gesamte Fragebogen ist im Anhang zu finden.

Der Fragebogen richtet sich an die pädagogischen Fachkräfte des Kindergartensprengels Brixen. Ich habe für die Untersuchung diesen Sprengel gewählt, weil ich sehr gerne im Kindergartensprengel Brixen arbeite und dazu beitragen möchte, dass sich die pädagogischen Fachkräfte mit geeigneten, gezielt am Bedarf ansetzenden Unterstützungsmaßnahmen weiterentwickeln können.

Bei der Gestaltung der Titelseite habe ich mich an Hinweisen von Porst (2009, S. 31ff) orientiert. Ich habe sie ansprechend, aber bewusst einfach gestaltet. Den Titel habe ich dann verständlich, aber allgemein gehalten, damit nur angedeutet wird, worum es in der Befragung geht (vgl. Porst, 2009, S. 34).

Gleich an den Titel anschließend, habe ich einen ziemlich langen Brief verfasst, in dem ich mich vorstelle, den Sinn und Zweck meiner Forschung erkläre, durch ein kurzes Zitat Interesse wecke, und die Befragten zur Mitarbeit einlade. Auch der Zeitpunkt und der Ort zum Einsammeln der Fragebögen sind in diesem Brief vermerkt.

## Der Aufbau des Fragebogens

Der Fragebogen umfasst 10 Hauptitems, mit zum Teil mehreren Unterfragen.

Die Items betreffen 6 Themenbereiche:

- Durchführung von mathematischer Bildung generell
- Vorhandensein bzw. Planung von mathematischen Lernumgebungen
- Art und Anzahl der Materialien in den verschiedenen Bereichen der mathematischen Bildung
- Zeitliche Nutzung der mathematischen Lernumgebung
- Konzeptkenntnisse
- Bereitschaft zur Mitarbeit

Frage 1 ist eine offene Frage, die den Fachkräften die Möglichkeit gibt darzustellen, wie mathematische Bildung in ihrem Kindergarten erfolgt, unabhängig von einer speziell eingerichteten Lernumgebung.

Frage 2, Frage 3 und Frage 4 sind Fragen nach dem Vorhandensein, der Namensgebung und Planung einer mathematischen Lernumgebung.

Frage 5 erhebt die Art der Materialien, die in den Lernumgebungen bzw. Kindergärten vorhanden sind. Dabei sind die aufgelisteten Materialien den fünf Bereichen für mathematische Bildung aus den Rahmenrichtlinien für den Kindergarten zugeordnet.

Frage 6 fragt nach dem Zeitpunkt der Nutzung der Lernumgebung.

Frage 7 fragt nach der Verfügbarkeit mathematischer Konzepte für frühe mathematische Bildung im Kindergarten.

Dabei sind Konzeptionen lehrgangartiger Konzepte neben solchen angeführt, die das mathematische Entdecken durch Spiel im Alltag ermöglichen.

Frage 8 will Informationen darüber bekommen, ob sich die Leiterin oder andere Fachkräfte im Kindergarten an genannten Konzepten orientieren und die Art der Konzepte erfragen. Auch wird nachgefragt, was gegen den Einsatz dieser Konzepte spricht.

Frage 9 und 10 holen Informationen über das Interesse an Informationen über das Ergebnis der Studie und einer Bereitschaft zur Mitarbeit bei einem Besuch, bzw. Erfahrungsaustausch des Forschungsprozesses ein.

### **6.2.3 Die Durchführung der Untersuchung und Methode der Auswertung**

Schon im Juli 2011 habe ich meinen Vorgesetzten im Kindergartensprengel Brixen, Herrn Dr. Bernhard Steinhauser, um die Erlaubnis gebeten, eine Forschung zum Stand mathematischer Lernumgebungen im Sprengel durchführen zu dürfen. Nach Sichtung des Fragebogens, gab er bereitwillig die Einwilligung und genehmigte mir, die Fragebögen bei der Sitzung der Leiterinnen am 24. August 2011 auszuteilen und sie bei einer verpflichtenden Fortbildung für die Leiterinnen am 16. September wieder einzusammeln. In das Kuvert mit dem Fragebogen legte ich auch je ein kleines Briefkuvert für Kontaktadresse und Telefonnummer, damit sich interessierte Fachkräfte, auch wenn der Fragebogen selbst anonym war, für eine Mitarbeit oder Austausch in meinem Forschungsprozess melden konnten.

Die Fachkräfte hatten also drei Wochen Zeit, den Fragebogen auszufüllen. Viele Leiterinnen haben mir mitgeteilt, dass die Anfangszeit günstig war, weil erstens Vorbereitungszeit ohne Kinder zur Verfügung stand und zweitens durch den Fragebogen auch für die erholt aus den Ferien zurückgekommenen Mitarbeiterinnen neue Impulse für die Arbeit im Kindergarten entstanden sind.

Von den ausgeteilten 31 Fragebögen bekam ich 22 zurück, dies entspricht einem Anteil von 71 %. Damit war mein Ziel, etwas mehr als die Hälfte der Fragebögen zurückzubekommen, gut erfüllt.

Die Auswertung der Fragen habe ich mit EXCEL vorgenommen und auch die Darstellung der Ergebnisse erfolgt mittels Graphiken aus EXCEL. Dabei habe ich einen Überblick über die Gesamtstichprobe erhalten, kann aber jederzeit auch die Ausstattung der einzelnen Kindergärten in den Tabellen überblicken und auch einzeln feststellen, wer, was nicht oder schon hat. Für die Darstellung in dieser Arbeit interessiert jedoch nur das Gesamtergebnis, weil der persönliche Besuch in einigen Lernumgebungen die ersteren groben Informationen nicht nur statistisch grob, sondern detailliert und konkret

beschreibbar macht. Anschließend an die Darstellung der Graphiken habe ich sie beschrieben und miteinander verglichen, um Zusammenhänge herstellen zu können. Abschließend überprüfe ich meine Forschungshypothese anhand der Ergebnisse und plane die nächste Untersuchung der konkreten Besuche in den Lernumgebungen einiger Kindergärten.

#### **6.2.4 Darstellung und Beschreibung der Ergebnisse**

Die Antworten aus den 10 Hauptfragen und den dazugehörigen untergeordneten Fragen bildeten das Datenmaterial, um die Graphiken und Beschreibungen erstellen zu können. Alle Daten wurden zunächst in eine EXCEL Tabelle eingetragen, mit deren Hilfe dann die Diagramme erstellt werden konnten.

In den folgenden Seiten sind die Ergebnisse der schriftlichen Befragung dargestellt, beschrieben, und jeweils kurz zusammengefasst.

In Frage a) sollten die befragten Leitungskräfte zunächst beschreiben, wie in ihrem Kindergarten mathematische Bildung durchgeführt wird. Es überrascht nicht, dass diese Beschreibungen von unterschiedlicher Qualität sind.

Bei 20 von den 22 Fragebögen war diese Frage mit mehreren Sätzen oder Aufzählungen ausführlich behandelt, bei einem Fragebogen waren keine Erläuterungen zu finden, bei einem weiteren nur der Hinweis, dass im Laufe des Jahres eine spezielle Umgebung geplant ist.

Es zeigt sich, dass Mathematik vor allem in täglichen Ritualen wie z. B. Zählen im Morgenkreis, Kalenderarbeit mit Datum, Tischdecken und im Alltag integriert wahrgenommen und praktiziert wird. Mehrere Fachkräfte geben an, dass Mathematik im Alltag vielfach unbewusst geschieht, zwei weisen darauf hin, dass es wichtig sei, durch Fragen und Aufträge mathematische Denkweisen und Handlungen bewusst zu machen.

Sechs geben an, dass es in der Einrichtung auch gezielt gestaltete didaktische Angebote mit mathematischem Inhalt gibt. Eine Aussage zeigt, dass gezielte Angebote mit mathematischem Inhalt auch in unterschiedlichen altershomogenen Gruppen angeboten werden.

Lediglich bei vier Ausführungen ist die Möglichkeit einer eigens gestalteten Lernumgebung für Mathematik genannt, bei neun anderen wird auf die Spielmöglichkeiten mit Würfel-, Formen-, Mengen- und Zahlenspielen in der Freispielzeit hingewiesen.

Nur zwei Kindergärten nennen die Raumgestaltung durch Zuordnungssysteme (Fotos, wo der Platz der Spielmaterialien ist) als mathematische Förderung. Einige wenige deuten mit Begriffen wie „Montessorimaterialien“, „Mathe in Bewegung“ auf den Einsatz von mathematischen Konzepten hin.

b) Gibt es in Ihrem Kindergarten spezielle Lernumgebungen für Mathematik, wie z. B. Matheatelier, Mathecke, Matheschrank, Insel Durcheinander usw.?

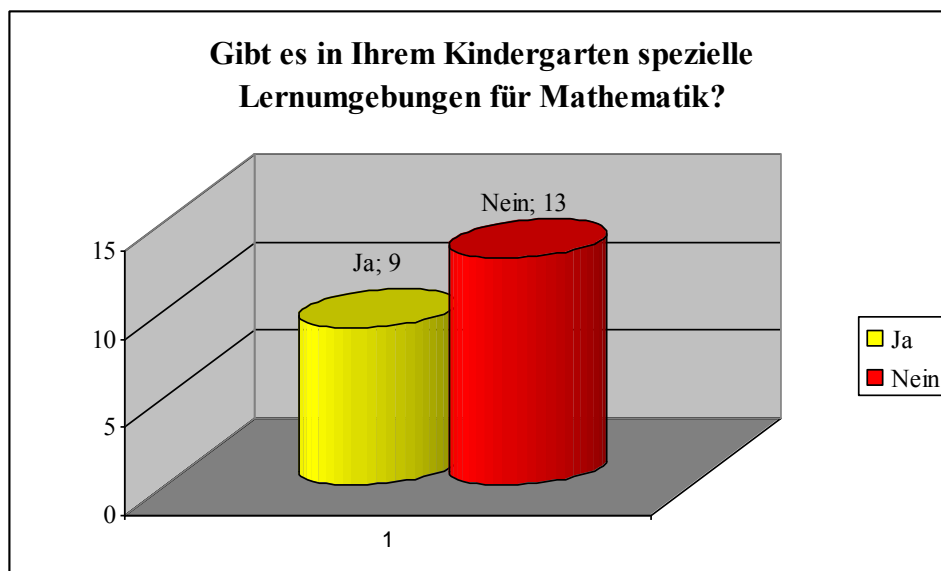


Tabelle 1: Anzahl der Lernumgebungen für Mathematik

Die Befragung ergab, dass es im Kindergartensprengel Brixen in 9 von 22 Kindergärten spezielle Lernumgebungen für Mathematik gibt und dass im Gegenzug dazu 13 Kindergärten über keinen speziellen Platz oder Raum dafür verfügen.

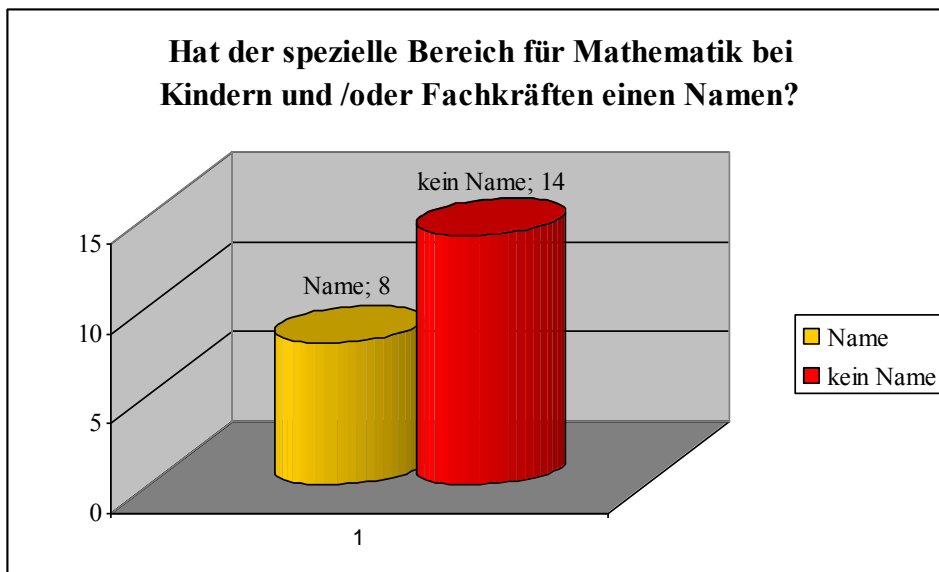


Tabelle 2: Namen des Bereichs

c) Wenn ja, wie nennen die Fachkräfte und/oder die Kinder diesen Ort?

9 von den 22 Kindergärten haben einen Ort, der speziell für mathematische Erfahrungen eingerichtet ist

Einen Namen für den Ort haben 8 Kindergärten.

Ein Kindergarten ist noch dabei den geeigneten Namen zu finden.

Mit folgenden Namen werden die Lernumgebungen bezeichnet:

- Buchstaben - Zahlenecke,
- Mathebereich; Bereich Übungen des täglichen Lebens
- Mathematikecke
- Mathebüro
- Mathewerkstatt
- Unsere Schule
- Zahlenecke
- Der leise Raum

In Frage 4 befassten sich die Fachkräfte mit der Wahrscheinlichkeit der Planung eines ausdrücklich ausgewiesenen Bereichs für mathematische Bildung in Kindergarten. Eine weitere Frage sollte Gegenargumente erfassen.



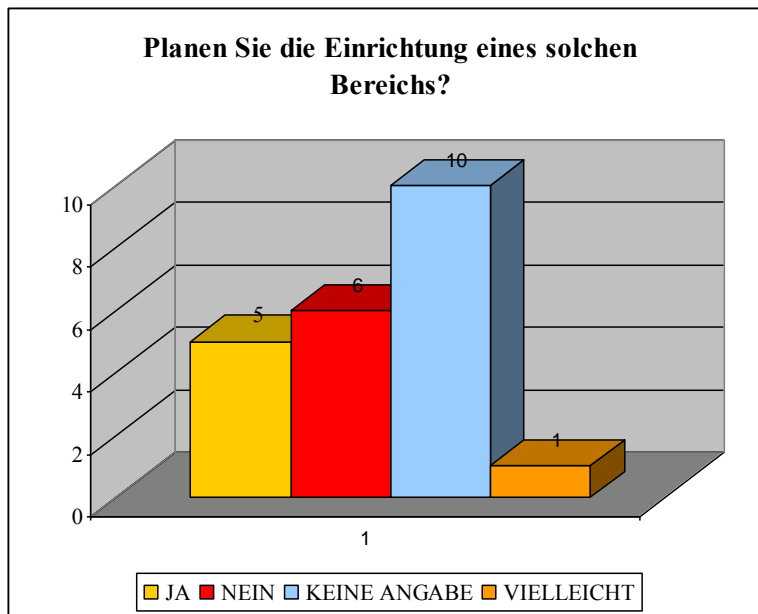


Tabelle 3: Planung der mathematischen Lernumgebung

Die Graphik zeigt, dass 5 Kindergärten planen, eine spezielle Lernumgebung für Mathematik einzurichten, 6 sprechen sich dagegen aus und geben auch eine Begründung dafür an. Ein Kindergarten hat die Frage mit „vielleicht“ beantwortet.

Von den übrigen 10 Kindergärten haben 9 davon bereits eine spezielle Lernumgebung für Mathematik.

Folgende Argumente sprechen laut Aussagen der Fachkräfte des Kindergartens gegen die Einrichtung eines speziellen Bereichs für mathematische Lernmöglichkeiten.

- Platzmangel (4x),
- Mathematische Bildung erfolgt viel auch nebenher; „Mathezeit“ ist überall und jederzeit

Es zeigt sich, dass die angeführten Hauptgründe, welche die Nicht - Befürworterinnen einer speziellen Lernumgebung für Mathematik äußern, vorwiegend auf Raummangel zurückzuführen sind. Zwei Kommentare verstärken die Überzeugung, dass Mathematik vielfach im Alltag stattfindet.

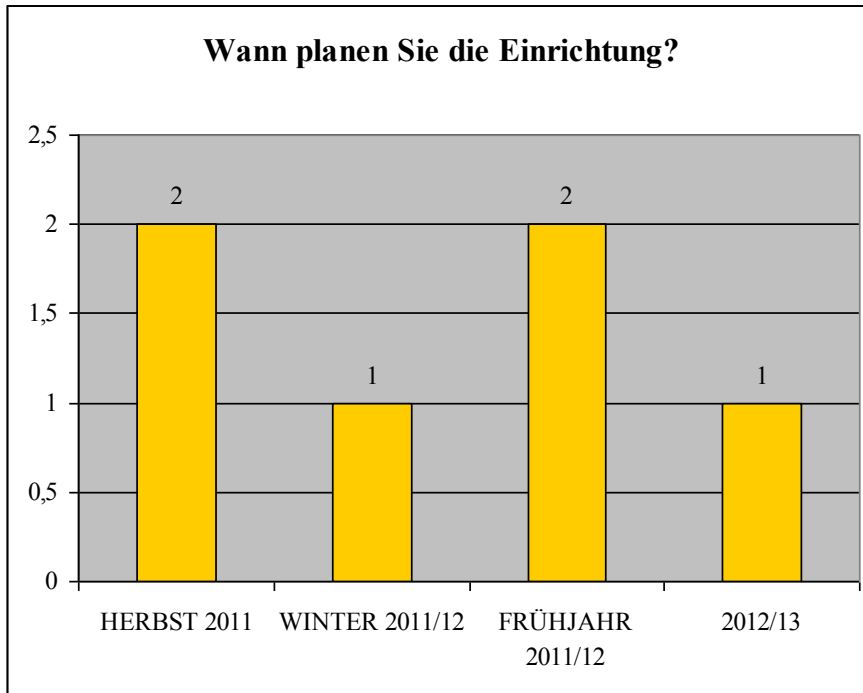
**Wann planen Sie die Einrichtung der mathematischen Lernumgebung?**

Tabelle 4: Zeitpunkt der Planung der mathematischen Lernumgebung

Von den sechs Kindergärten, welche einen Mathebereich planen, wollen dies  
 2 Kindergärten im Herbst 2011 in Angriff nehmen, also sofort nach Kindergartenbeginn,  
 1 Kindergarten im Winter 2011-12,  
 2 Kindergärten im Frühjahr 2012 und  
 1 Kindergarten im kommenden Kindergartenjahr 2012/13 vor.

e) Wenn in Ihrem Kindergarten eine spezielle Lernumgebung für Mathematik bereitsteht, welche Materialien sind darin enthalten?

Die Einteilung der Materialien in Untergruppen ist von mir bei der Erstellung des Fragebogens nach den in den Rahmenrichtlinien für den Kindergarten in Südtirol genannten Bereichen zum Aufbau mathematischer Fähigkeiten vorgenommen worden. Die Einteilung gliedert sich in 5 Bereiche. Der Übersicht halber sind die aufgelisteten Materialien aus jeweils einem Bereich meist in zwei aufeinanderfolgenden Graphiken abgebildet. Bei manchen Items konnten die Befragten in einer Skalierung die Stückzahl der Materialien angeben. Von den Materialien solcher Art ist eine eigene Graphik vorhanden.

**1. Bereich: „Klassifizieren und Sortieren nach Merkmalen“** (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

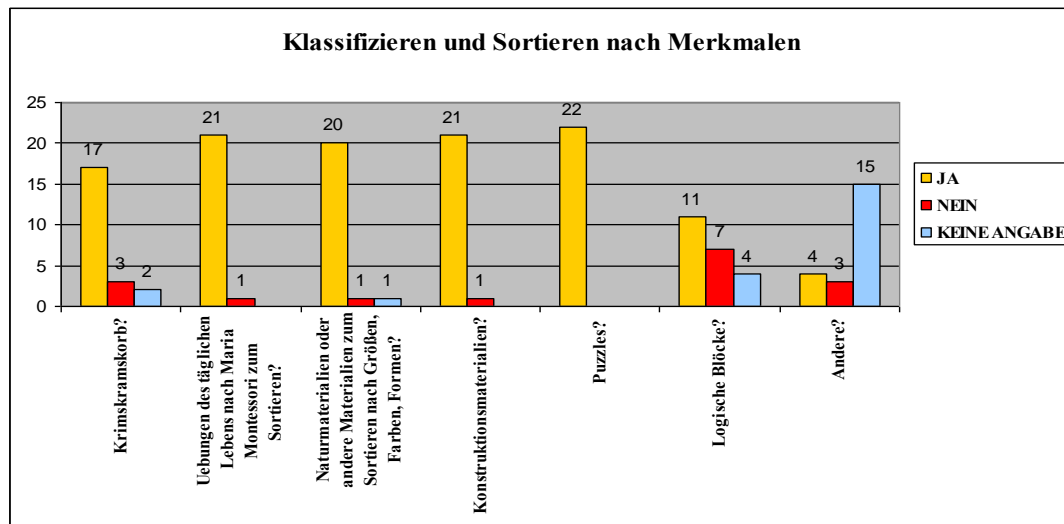


Tabelle 5: Klassifizieren und Sortieren nach Merkmalen

Obwohl die Graphik aus Platzgründen nicht gut im Detail zu lesen ist, vermittelt sie doch eindeutig, dass die Kindergärten für den Bereich Klassifizieren und Sortieren nach Merkmalen reichlich Materialien zur Verfügung haben.

Dabei rangieren Übungen des täglichen Lebens nach Maria Montessori, Naturmaterialien, Konstruktionsmaterialien und Puzzles auf den vorderen Rängen.

Das Material „Logische Blöcke“ oder/und den „Krimskramskorb“ stellen schon wesentlich weniger Einrichtungen bereit.

Drei Kindergärten haben für diesen Bereich noch weitere, nicht im Fragebogen angeführte, Materialien zur Verfügung: Selbsthergestelltes aus Naturmaterialien, Perlenmustersteckbretter, Knetmasse, Bügelperlen, Russische Puppe, Metallene Einsätze, Farbtäfelchen, Mandala, Schneiden von verschiedenen Formen, Stupfen unterschiedlichster Formen, Lernspiele, Würfelspiele, verschiedene Angebote, Gruppenspiele.

Interessant ist auch die Auswertung der Menge von Materialien bei bestimmten Materialgruppen, denn es bewirkt einen Unterschied in der Reichhaltigkeit an Lernmöglichkeiten, ob vorwiegend ein bis fünf „Übungen des täglichen Lebens“ zum Sortieren bereitstehen oder ob das mehr als fünf sind. Dasselbe gilt für die

Naturmaterialien zum Sortieren und für die Konstruktionsmaterialien. Folgende vier Übersichten geben Aufschluss über die Anzahl an Möglichkeiten.

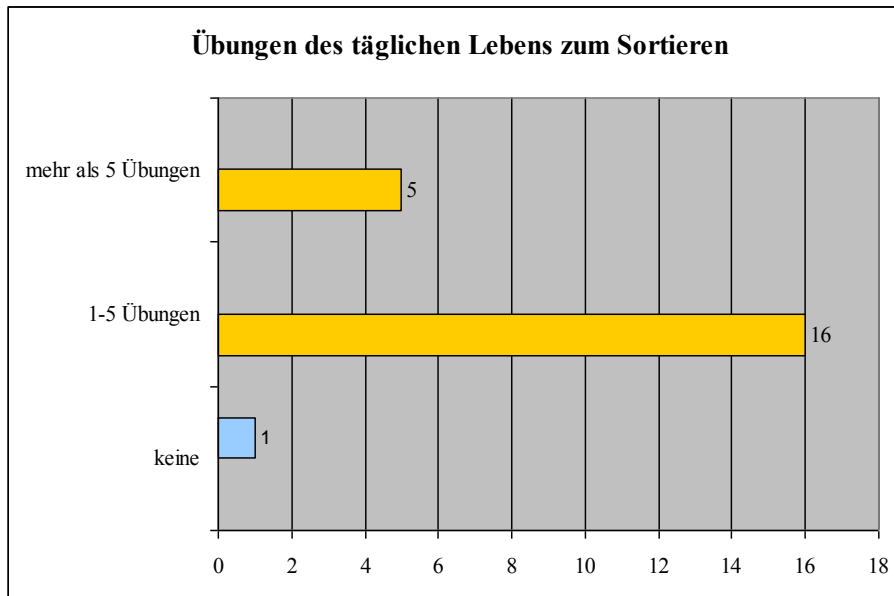


Tabelle 6: Übungen des täglichen Lebens

16 Fachkräfte gaben an, 1-5 Übungen des täglichen Lebens in der Lernumgebung zu haben.

1 Kindergarten hat noch kein Material dieser Art und 5 Kindergärten stellen mehr als 5 Übungen des täglichen Lebens zum Sortieren zur Verfügung.

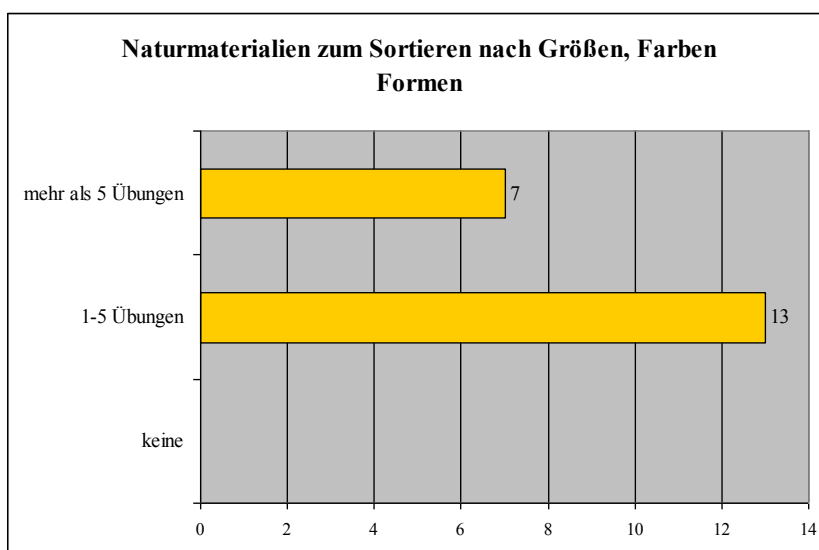


Tabelle 7: Naturmaterialien zum Sortieren nach Größen, Farben, Formen

13 Kindergärten haben 1-5 Naturmaterialien zum Sortieren nach Größen, Farben und Formen zur Verfügung,

7 Kindergärten haben mehr als 5 Übungen dazu im Angebot.

Kein Kindergarten gibt an, keine Materialien in diesem Bereich zu besitzen.

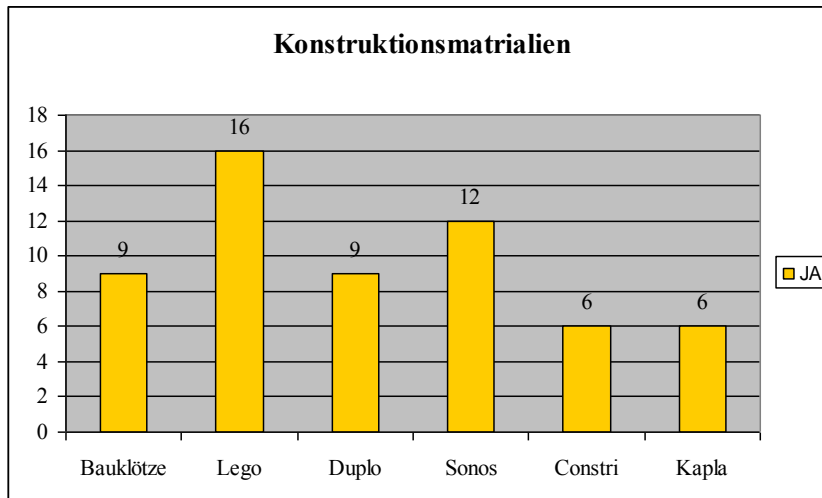


Tabelle 8: Konstruktionsmaterialien, Teil 1

Die Frage zu den Konstruktionsmaterialien war teiloffen und ließ die Möglichkeit zu, selbst Materialien aufzuzählen, die sich in der vorbereiteten Umgebung für Mathematik bzw. in der Einrichtung zur Verfügung gestellt werden. Im Folgenden nun die Ergebnisse im Detail:

Von den klassischen Konstruktionsmaterialien haben die meisten Einrichtungen vor allem Lego, Sonos, Duplo und Bauklötze; Constri und Kapla liegen mit 6 Nennungen auf den hinteren Rängen.

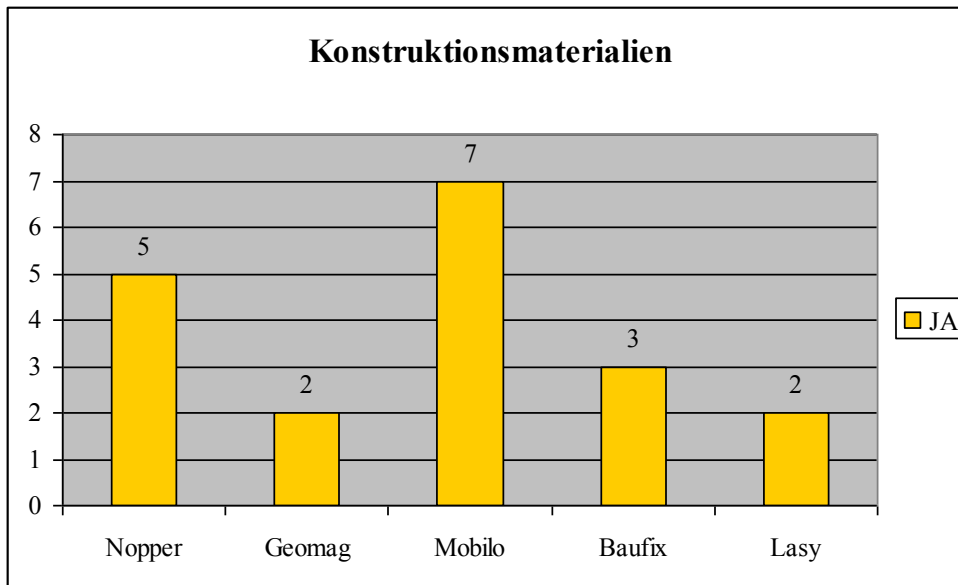


Tabelle 9: Konstruktionsmaterialien, Teil 2

Es zeigt sich, dass die älteren Materialien Nopper, Mobilo, Baufix und Lasy zwar in manchen Kindergärten noch zum Einsatz kommen, aber nicht mehr so häufig.

Das neuere magnetische Konstruktionsmaterial Geomag scheint noch sehr wenig bekannt oder aufgrund der Kosten nicht erschwinglich zu sein.

**2. Bereich: „Entdecken, Beschreiben und Herstellen von Mustern und Reihenfolgen“** (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

**Materialien zum Entdecken, Beschreiben und Erleben von Mustern und Reihenfolgen**

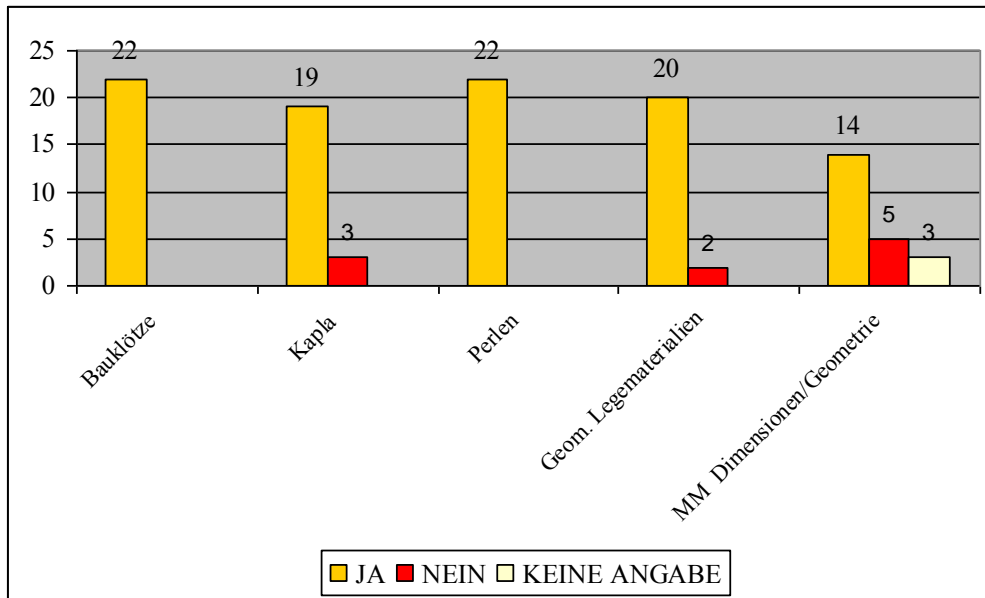


Tabelle 10: Materialien für Muster und Reihenfolgen, Teil 1

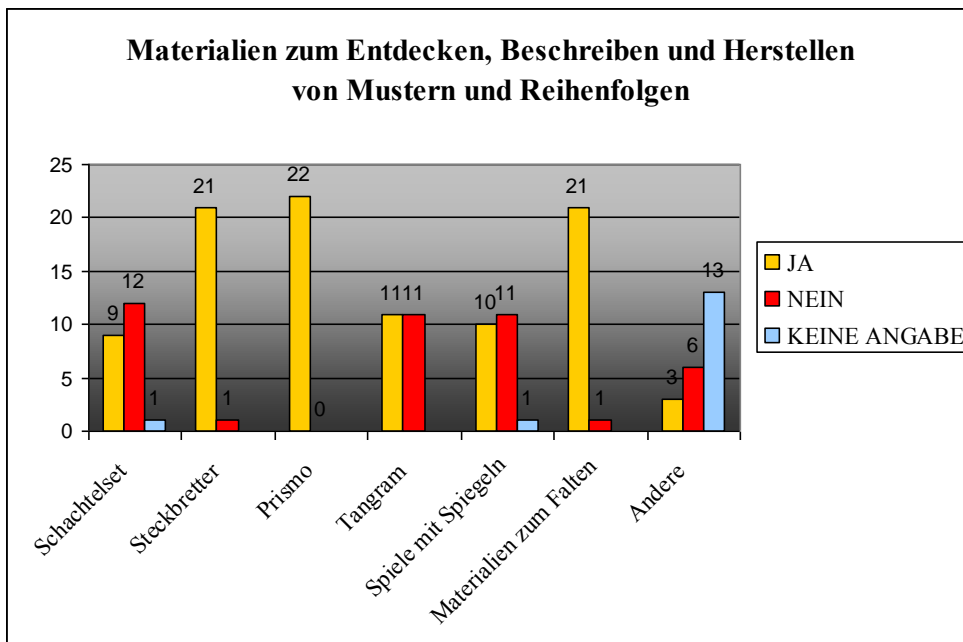


Tabelle 11: Muster und Reihenfolgen, Teil 2

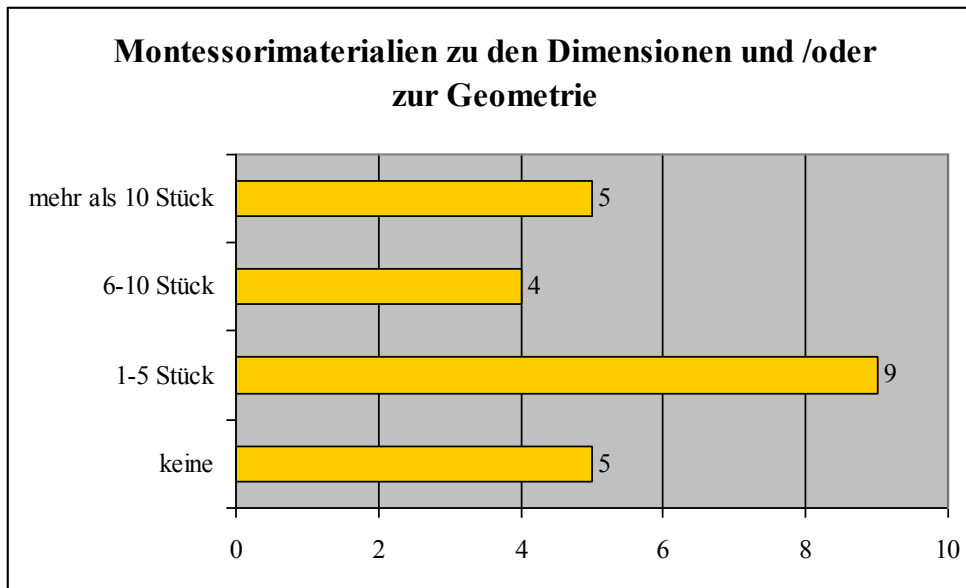


Tabelle 12: Montessorimaterialien zu den Dimensionen und zur Geometrie

Die Graphik der Montessorimaterialien zu den Dimensionen und zur Geometrie zeigt, dass 5 Kindergärten 1-5 Stück der Materialien dazu ihr Eigen nennen, 4 Kindergärten mehr als 5 Materialien und weitere 5 Kindergärten mehr als 10 dieser Materialien zur Verfügung haben.

Das Ergebnis weist darauf hin, dass Montessorimaterialien vereinzelt in Kindergärten vorkommen, bei den wenigsten allerdings als Gesamtkonzept gehandhabt wird.

Die drei Abbildungen der Tabellen 10, 11 und 12 belegen, dass alle Kindergärten im überschriebenen Bereich „Entdecken, Beschreiben und Erleben von Mustern und Reihenfolgen“ über die klassischen Materialien verfügen, dass sie aber insgesamt gesehen für diesen Bereich nur mittelmäßig ausgestattet sind, da vor allem eher neuere Materialien weitgehend fehlen.

Es ist ersichtlich, dass die große Zahl von Kindergärten, die keine spezielle Umgebung für Mathematik haben, vorwiegend die immer schon dagewesenen klassischen Materialien zur Verfügung stellen.

So haben z. B. alle 22 Kindergärten Bauklötze, Perlen, das etwas neuere Prismo, 21 von 22 haben Steckbretter und Materialien zum Falten, 20 haben geometrische Legematerialien und 19 das etwas neuere Kapla zur Verfügung.

Im mittleren Feld liegen mit 14 Nennungen die Montessorimaterialien zu den Dimensionen und zur Geometrie.



Das chinesische Tangram haben bereits nur mehr die Hälfte, also 11 Kindergärten. Nur 10 Kindergärten haben Spiele mit Spiegeln, ein Schachtelset gar nur 9 Kindergärten zur Verfügung.

Nur vier Kindergärten haben in diesem Bereich noch weitere Materialien zur Verfügung: Große Zahlenbilder mit Punkten, Kastanienwanne mit vielen großen und kleinen Kastanien zum Sortieren, Logico (Finken Verlag), sehr viel Montessorimaterial.

### 3. Bereich: „Erkennen zeitlicher Ordnung und Verstehen und Verwenden von Zeitangaben“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

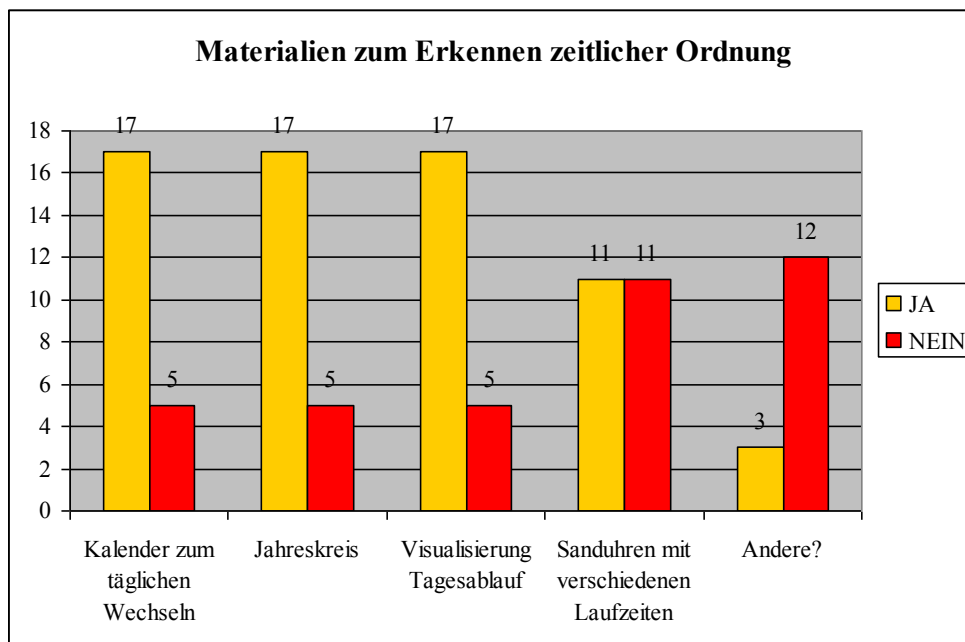


Tabelle 13: Materialien zum Erkennen zeitlicher Ordnung

Es wird deutlich, dass jeweils 17 Kindergärten den Kalender thematisieren und weitere 17 Hilfen bieten, um anhand von Bildern den Tagesablauf für Kinder zu strukturieren. Die Darstellung zeigt aber auch, dass nur 11 Kindergärten, also nur die Hälfte über Sanduhren verfügen. Auch die Anzahl sonstiger Uhren wurde erhoben und in einer eigenen Graphik zur Tabelle 13 dargestellt.

Nur drei Kindergärten haben angegeben, im beschriebenen Bereich noch weitere Materialien zur Verfügung zu haben. Alle dieser genannten Möglichkeiten beziehen sich

auf die Kalenderarbeit: Kalender zum Anmerken eines kurzen oder langen Tages, Schilder mit Wochentagen; zuordnen: gestern, heute, morgen, Kalender im Morgenkreis.

Das Ergebnis lässt annehmen, dass die Mädchen und Buben in Kindergärten des Sprengels Brixen Hilfen in Form von Kalendern und Visualisierungen von gewohnten Abläufen erhalten.

Die Graphik lässt weiters den Schluss zu, dass bewusstes Lernen im Bereich Zeit vor allem gesteuert bei Alltagsritualen, wie dem Morgenkreis, stattfindet.

Dass Kinder nur in der Hälfte der befragten Kindergärten Sanduhren zur Verfügung haben, kann darauf hinweisen, dass das Thema Zeitmessung mit Hilfe von Messgeräten innerhalb der freien Spielzeiten noch nicht so häufig vorkommt.

Interessehalber habe ich auch die Menge der verfügbaren Uhren und die Anzahl der Sanduhren in den Kindergärten erhoben.

Allerdings lohnt es fast nicht davon eine eigene Graphik zu erstellen.

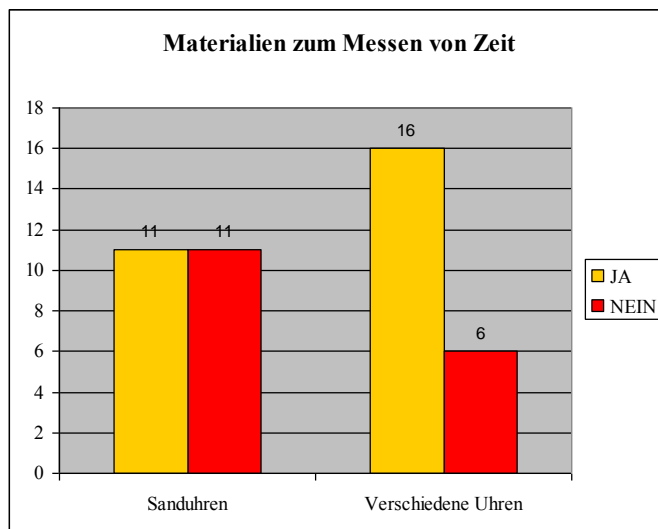


Tabelle 14: Verschiedene Uhren

Wie schon in der Materialübersicht aus der Tabelle 12 zu sehen, gibt es genau in der Hälfte der 22 Kindergärten Sanduhren. Im Detail angeschaut gaben 11 Kindergärten an, 1-3 Sanduhren zur Verfügung zu haben. Niemand nannte ein Set von Sanduhren mit mehreren Laufzeiten, das die Stückzahl 4 überschritten hat.

Bei der Anzahl von Uhren wird die Vermutung noch viel deutlicher, dass das Thema Zeit, mit Hilfe von Uhren zu messen, im Kindergarten für Kinder kaum präsent ist.

Von den 22 Kindergärten haben 16 ein bis drei Uhren zur Verfügung. Auch hier ist wieder zu bedenken, dass die großen Kindergärten mit mehreren Gruppen das Ergebnis schönen und letztlich speziell in der direkten Lernumgebung für Kinder Uhren selten vorhanden sind. Folgende dazu notierte Aussagen lassen diesen Schluss zu:

Ja, 2 Stück (Wanduhr und Puzzleuhr)

Ja, 4 Stück: Wanduhr, 2 Armbanduhen, selbst gebastelte Uhr

Ja, 1 für Erwachsene, 1 für Kinder, die nicht funktioniert.

Ja, 4 Stück, eine pro Gruppenraum

Ja, ca. 5 Stück: Jahresuhr; Armbanduhen, Fachbücher

JA, 3 Stück

Ja, 1 Uhr und eine Digitalanzeige

#### 4. Bereich: „Erleben, Beschreiben und Vermessen von Raum und Form“

(Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

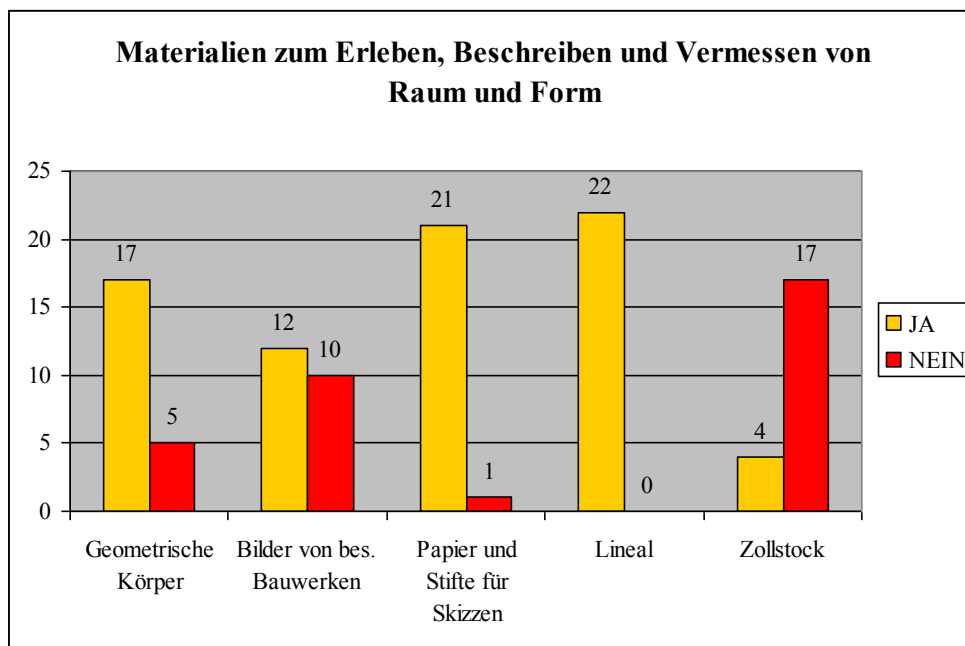


Tabelle 15: Raum und Form, Teil 1

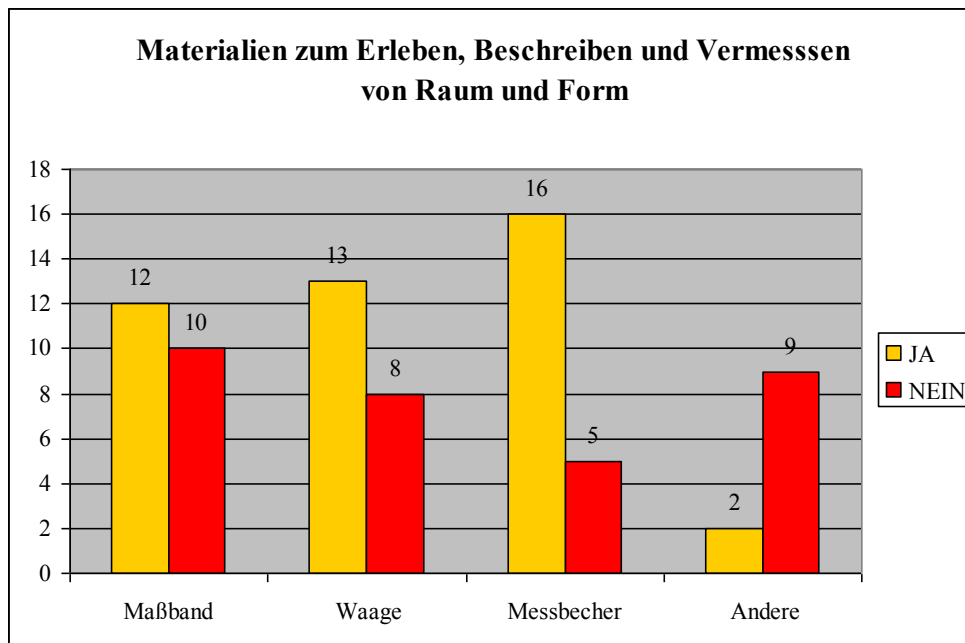


Tabelle 16: Raum und Form, Teil 2

5. Das Ergebnis zeigt, dass in mehr als der Hälfte der Kindergärten Materialien im Bereich „Erleben, Beschreiben und Vermessen von Raum und Form“ (Deutsches Schulamt 2008, S. 38) vorhanden sind.

Ins Auge fällt aber, dass bei etwas ungewohnten Materialien, wie dem Zollstock oder den Bildern von Bauwerken, die Anzahl schnell zurück geht.

Ganz vorne rangieren Materialien, die günstig und leicht zu beschaffen sind, wie Lineal, Messbecher, Papier und Stifte.

Ob die genannten Materialien für diesen Bereich auch wirklich für die Kinder sichtbar in der Lernumgebung verfügbar sind und sie dazu animiert werden, Skizzen anzufertigen oder Gebautes auch zeichnerisch darzustellen, müsste vor Ort beobachtet werden.

Ein Hinweis darauf, dass dieser Bereich von Raum und Form nicht bewusst wahrgenommen und vertiefendes Verständnis darin dadurch bei Kindern nicht gefördert werden kann, ist vielleicht auch die Tatsache, dass nur ein Kindergarten in diesem Bereich zusätzliches Material nennt: Es ist dies ein Maßband, das an der Wand angebracht ist, um die Größe der Kinder anzuzeigen.

Von Interesse war für mich auch, ob und wie viele verschiedene Waagen Kinder zur Verfügung haben.

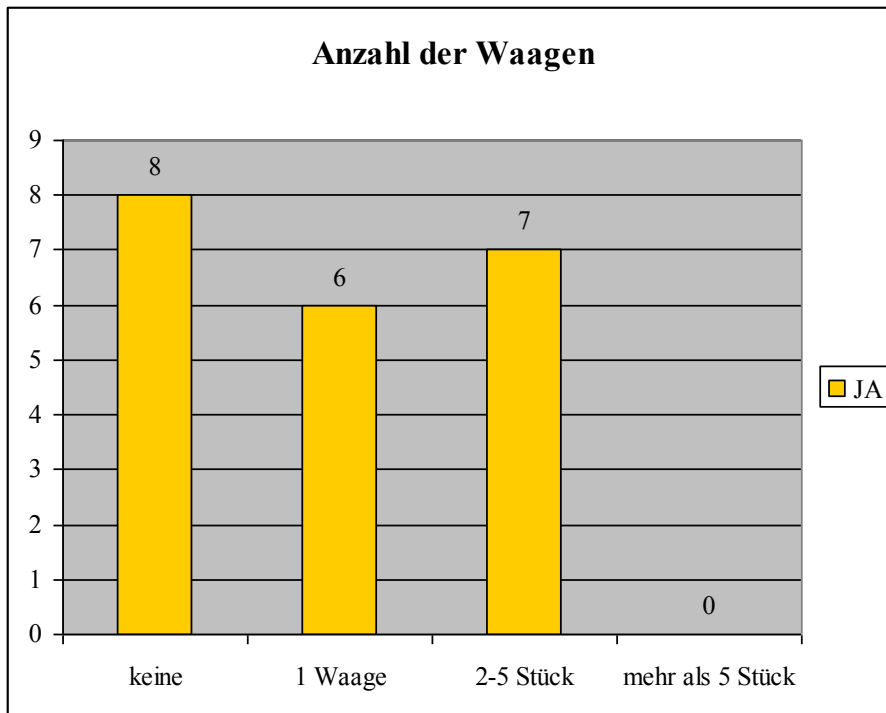


Tabelle 17: Anzahl der Waagen

Die Graphik zeigt, dass zwar in 13 Kindergärten eine Waage zum Wiegen und Messen da ist, aber nur 7 Kindergärten geben an, auch evtl. 2-5 Stück verschiedene Waagen zur Verfügung zu stellen. Das ist ein verschwindend geringer Teil, denn es ist mit zu bedenken, dass bei der Befragung mehrere große Kindergärten mit drei und vier Gruppen dabei sind, welche keine spezielle Lernumgebung für Mathematik haben und deshalb diese genannten Waagen auf die Gruppenräume verteilt sind.

Aus den Ergebnissen des eben beschriebenen Bereichs „Maß und Form“ ist deutlich zu erkennen, dass Kinder besonders im Bereich Maß nicht viele Möglichkeiten haben entsprechende Erfahrungen zu machen.

**6. Bereich: „Umgang mit Mengen, Zahlen und Ziffern“** (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

**Materialien für den Umgang mit Mengen, Zahlen und Ziffern**

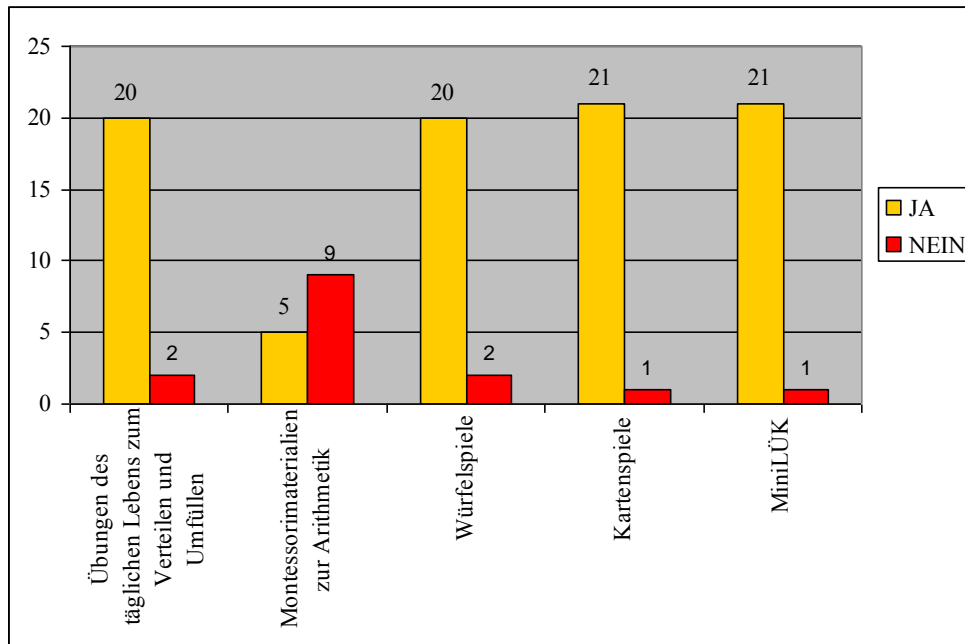


Tabelle 18: Materialien zu Mengen, Zahlen und Ziffern, Teil 1

Mit 20 bzw. 22 Nennungen sind Materialien wie Würfelspiele, Montessorimaterialien zum Verteilen und Umfüllen, sowie Kartenspiele und MiniLÜCK in den Kindergärten gut vertreten. Das bedeutet, dass Kinder grundlegende Erfahrungen machen können.

Bereits deutlich hinter den immer schon verwendeten Würfelspielen, Kartenspielen und dem MiniLÜCK, befinden sich Montessorimaterialien zur Arithmetik, die auch vertiefende Erfahrungen zulassen.

Die geringe Zahl der Arithmetikmaterialien und die Tatsache, dass bei diesem Item bei 9 Fragebögen keine Signierungen waren, kann ein Hinweis darauf sein, dass mehrere Fachkräfte den Begriff Arithmetik nicht kennen. Das deutet darauf hin, dass die Fachkräfte, unabhängig vom Montessorimaterial, die Zielsetzung hinter der Beschäftigung Mengen und Zahlen nicht kennen und dass der Vorgang der Zahlenbegriffsbildung nicht bewusst ist. Wenn das Wissen darum da wäre, wäre der Begriff verständlich.

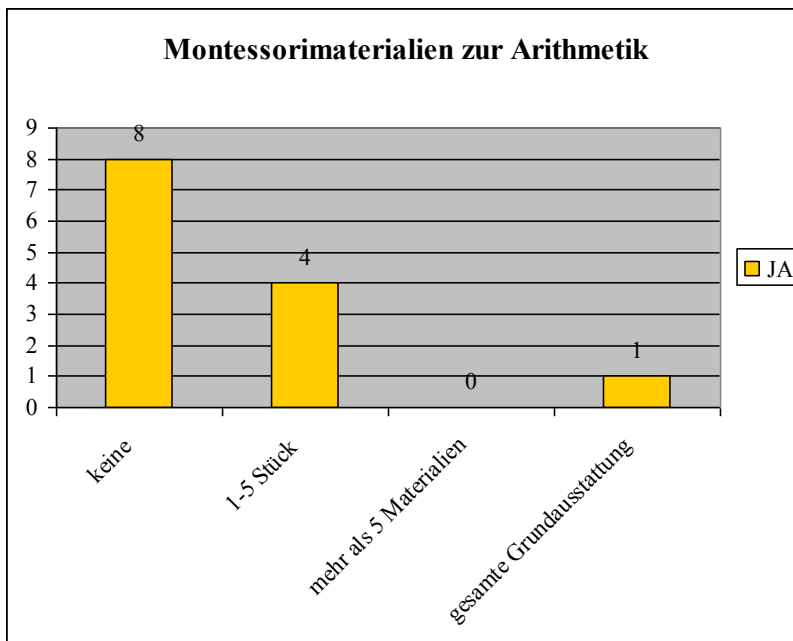


Tabelle 19: Montessorimaterialien zur Arithmetik im Detail

Die detaillierte Abbildung über die Arithmetikmaterialien zeigt, dass auch Kindergärten, die etwas vom Montessorimaterial besitzen, im Bereich Arithmetik sehr wenig zur Verfügung haben. Lediglich ein Kindergarten, der Montessorikindergarten in Brixen, stellt die gesamte Grundausrüstung zur Verfügung.

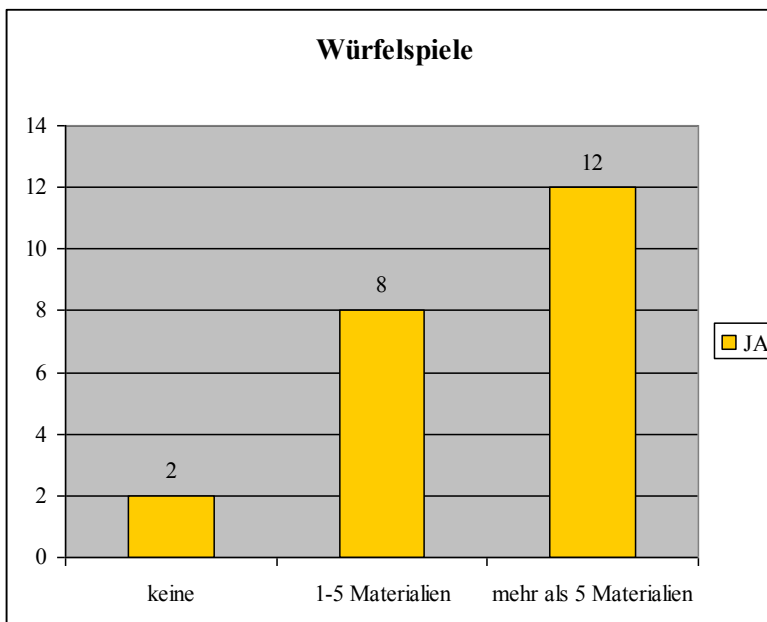


Tabelle 20: Würfelspiele im Detail

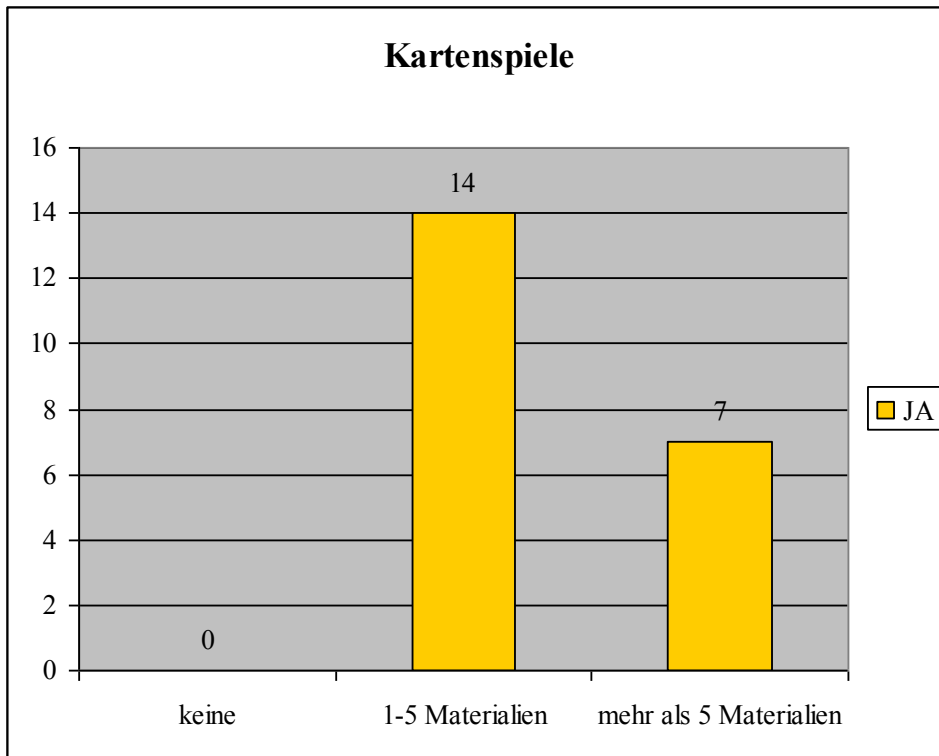


Tabelle 21: Kartenspiele

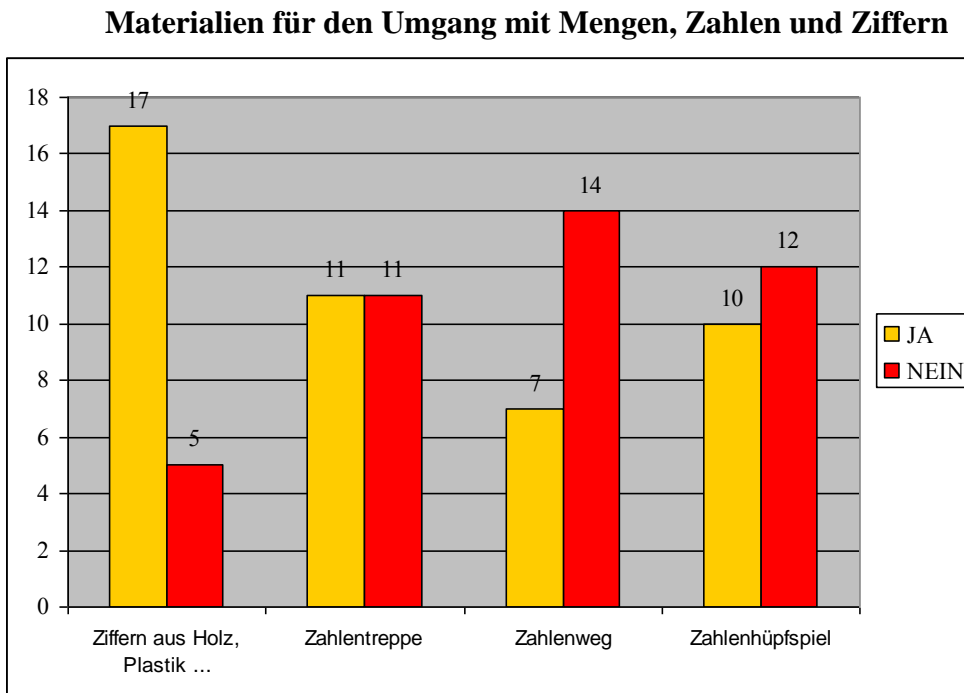


Tabelle 22: Materialien zu Mengen, Zahlen und Ziffern, Teil 2



Diese Graphik zeigt, dass Ziffern bzw. Zahlen nur in etwas mehr als der Hälfte der Einrichtungen für Kinder auch ständig sichtbar und/oder zur Verfügung sind.

### Materialien für den Umgang mit Mengen, Zahlen und Ziffern

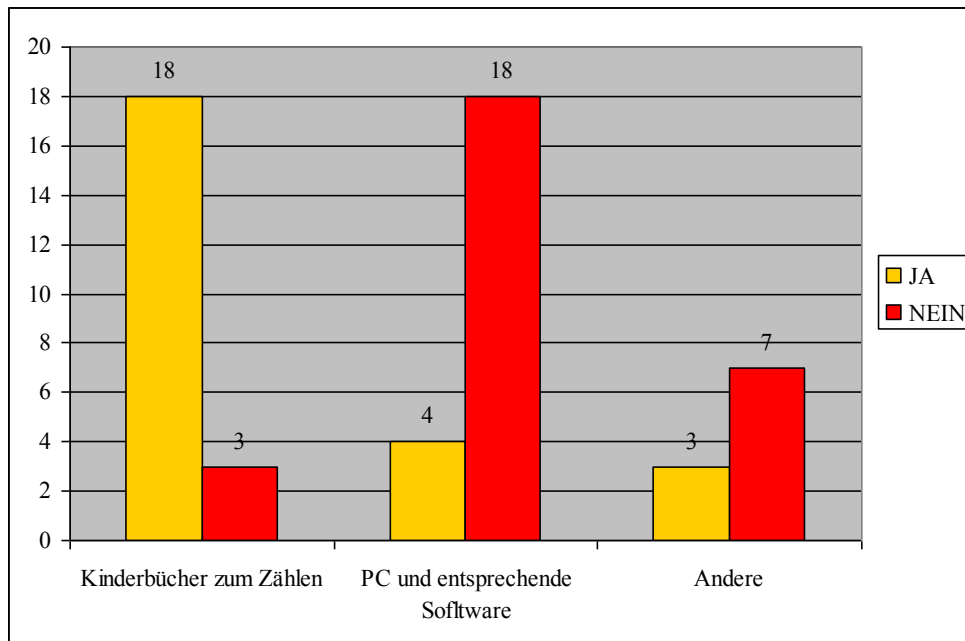


Tabelle 23: Materialien zu Mengen, Zahlen und Ziffern, Teil 3

Das Ergebnis zeigt, dass Kinderbücher zum Zählen fast flächendeckend da sind, ein PC mit entsprechenden Programmen aber nur in 4 Kindergärten im Rahmen mathematischer Bildung zum Einsatz kommt.

Drei Kindergärten haben angegeben, in diesem Bereich noch weitere Materialien zur Verfügung zu haben: Zahlenspiele, Zahlen legen, Logico, Hexentanz, Mandalas mit Würfelbild

Die Tabellen 20-22 lassen zusammenfassend vorsichtig interpretieren, dass vertiefter und vielseitiger Umgang mit Zahlsymbolen in eigens vorbereiteten Umgebungen noch nicht verbreitet ist, sondern weitgehend der Schule überlassen wird.

f) Wann haben die Kinder Gelegenheit Materialien aus der mathematischen Lernumgebung zu nutzen?

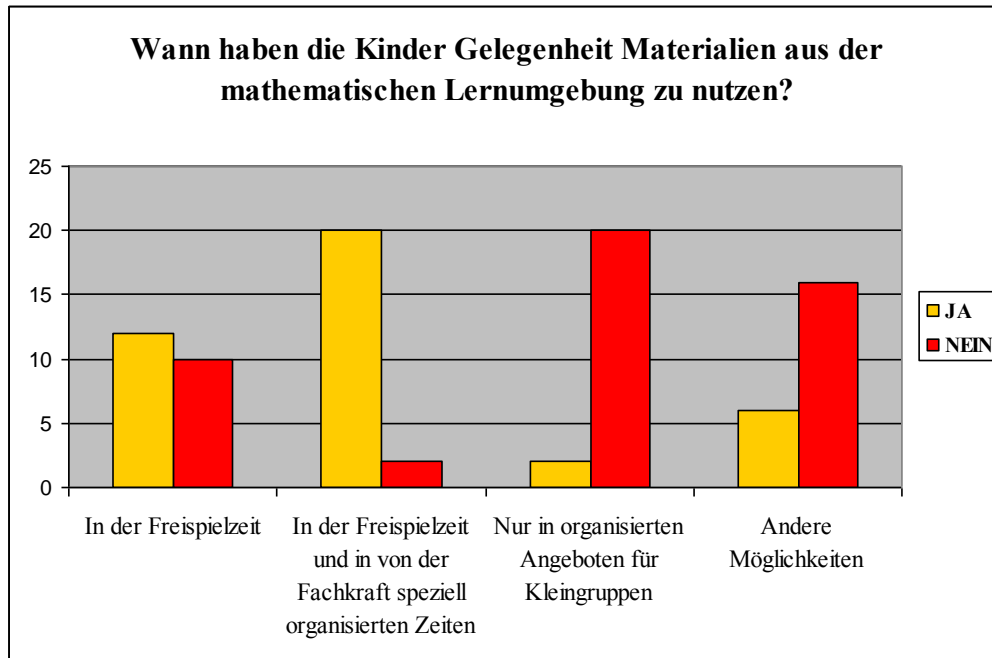


Tabelle 24: Nutzungsmöglichkeiten der mathematischen Lernumgebung

Die gelben Balken zeigen, dass für die Kinder in 20 von 22 Kindergärten die Beschäftigung mit den Materialien aus der speziellen Lernumgebung oder den sonst im Kindergarten zur Verfügung stehenden Materialien in der Freispielzeit und den speziell organisierten Zeiten möglich ist.

Das ist fast bei allen Kindergärten so und weist darauf hin, dass eine strukturierte Befragung mit geschlossenen Antwortcharakter in manchen Fällen genauere Ergebnisse erzielt, denn bei der offenen Frage haben nur 6 auf eigens organisierte Zeiten hingewiesen.

2 Kindergärten geben an, die Materialien nur bei organisierten Angeboten mit Kleingruppen zu nutzen.

11 nennen zusätzlich noch einmal die Freispielzeit. Das kann darauf hinweisen, dass die Förderung alltagsintegriert und oft unbewusst geschieht, wie bei der Zusammenfassung der Aussagen aus der offenen Frage a) erläutert, oder auf eine mögliche Uneindeutigkeit in der Konzeption der Fragestellung. Vielleicht müsste das Wörtchen „nur“ bei „in der Freispielzeit“ davorstehen.

6 Kindergärten weisen auch auf andere Möglichkeiten der Nutzung von Materialien aus der Spielumgebung hin, die allerdings eventuell auch nicht alle direkt mit Materialien

einer gezielt vorbereiteten Umgebung für mathematische Bildungsprozesse einhergehen: Schülertreff, im Freien, im Freien und im alltäglichen Leben, bei Waldtagen und beim Kochen, im Freien mit Naturmaterialien, den ganzen Tag.

Die Ergebnisse aus diesem Item zeigen, dass die Unterstützung mathematischer Bildung im Kindergarten einerseits im Alltag stattfindet, dass jedoch auch eigens organisierte Angebote gemacht werden. Ebenso kann man vor allem aus den zusätzlichen Nennungen erkennen, dass die vielfältige Unterstützung mathematischer Bildung vor allem daran hängt, wie bewusst den Fachkräften die möglichen Inhalte sind. Wenn Inhalte klar sind, kann mathematische Bildung, unabhängig vom Raum, überall arrangiert werden.

g) Haben Sie in Ihrer Einrichtung Konzepte mathematischer Bildung, die in der Fachliteratur beschrieben sind, zur Verfügung?

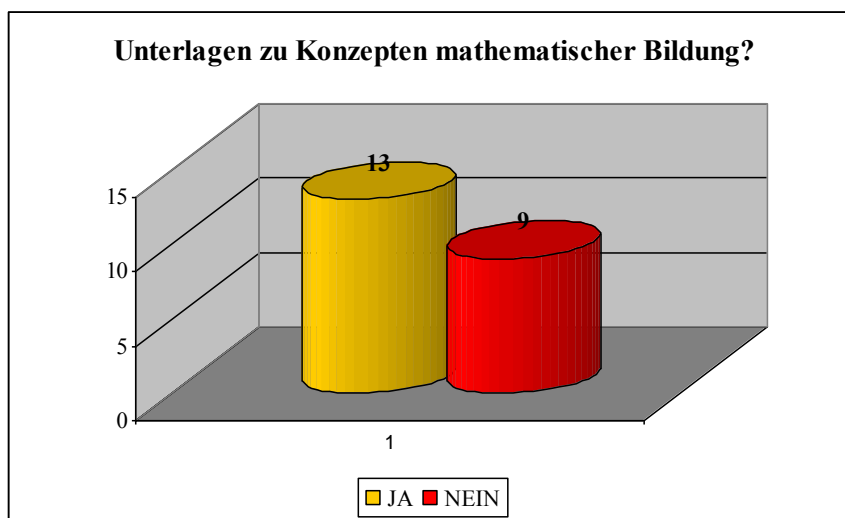


Tabelle 25: Unterlagen zu Konzepten mathematischer Bildung generell

Die Auswertung ergab, dass nur 13 von 22 Kindergärten wenigstens eines von den neun im Fragebogen angeführten Konzepten mathematischer Bildung, das in der Fachliteratur beschrieben ist, auch zur Hand haben.

9 Kindergärten haben kein theoriegeleitetes Konzept zur Verfügung.

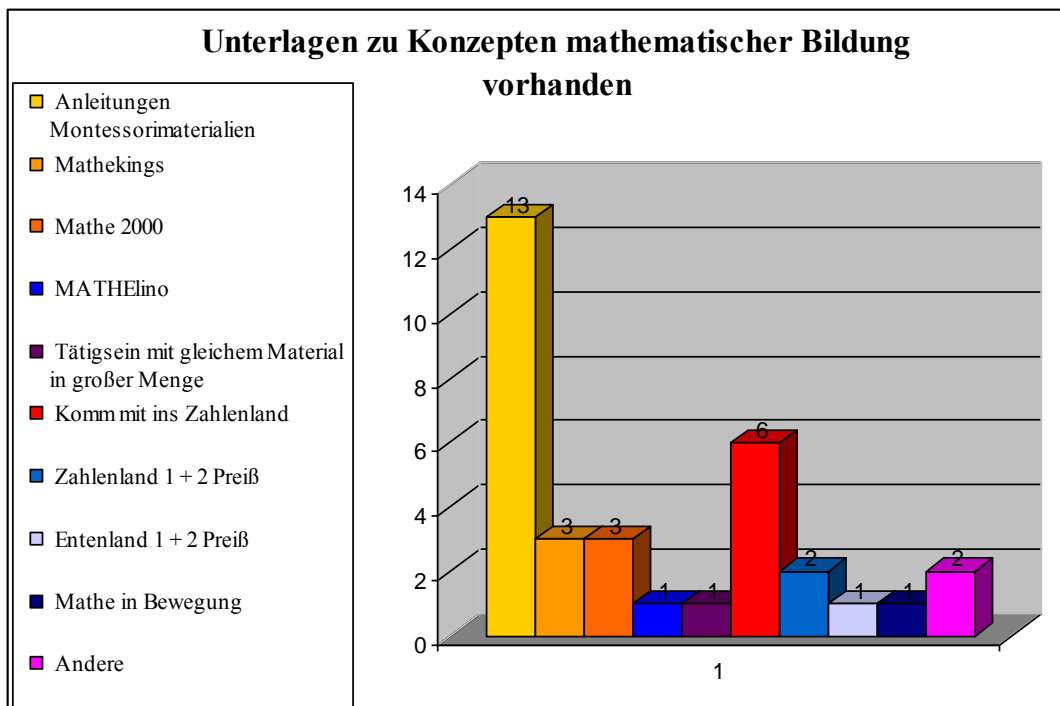


Tabelle 26: Art der Konzeptunterlagen

Die Abbildung 26 zeigt, dass alle Konzepte wenigstens eine Nennung im Fragebogen haben.

- Mit 13 Nennungen bilden Unterlagen zu Anleitungen von Montessorimaterialien den Hauptanteil, was aber auch nur knapp mehr als der Hälfte der erfassten Kindergärten entspricht.
- Sechs Kindergärten haben das Konzept von „Komm mit ins Zahlenland“ von Gerhard Friedrich und Viola De Galöczy zur Verfügung.
- Jeweils drei Kindergärten haben Mathekings von Nancy Hoenisch und Elisabeth Niggemeyer und „mathe 2000“ von Gerold N. Müller und Erich CH. Wittmann.
- Zwei Kindergärten haben Zahlenland 1+2 Gerhard Preiß und weitere zwei Kindergärten nennen noch andere Konzepte, die nicht im Fragebogen angeführt sind: und zwar: Verschiedene Unterlagen aus Fortbildungen und „Jederzeit Mathezeit.“
- Mit einer Nennung bilden MATHElino von Christine Streit und Thomas Royar, „Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge“ von Kerensa Lee. Entenland 1+2 von Gerhard Preiß und Mathe in Bewegung das Schlusslicht.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Konzeptkenntnisse der Fachkräfte gering sind. Dazu ist noch hinzuzufügen, dass sich die Kenntnis von Konzepten, die sich durch arrangiertes Spiel in den Alltag einfügen lassen, auf „Montessori“, „MATHELino“, „mathe 2000“, „Mathekings“ und „Jederzeit Mathezeit“ beschränken.

Die anderen Konzepte können nur punktuell bzw. lehrgangartig, die mathematische Entwicklung durch das Spiel in der gut arrangierten Lernumgebung unterstützen, nicht aber fundiertes Verständnis durch individuelle, aufbauende Erfahrungen ermöglichen. In Kapitel 4 habe ich schon deutlich gemacht, dass manche dieser Konzepte den Ansprüchen von Fachdidaktikern nicht entsprechen. Dies bedeutet, dass ein erheblicher Bedarf besteht, Konzeptkenntnisse zu vermitteln.

h) Orientieren Sie oder andere Fachkräfte in Ihrem Kindergarten sich an genannten Konzepten?

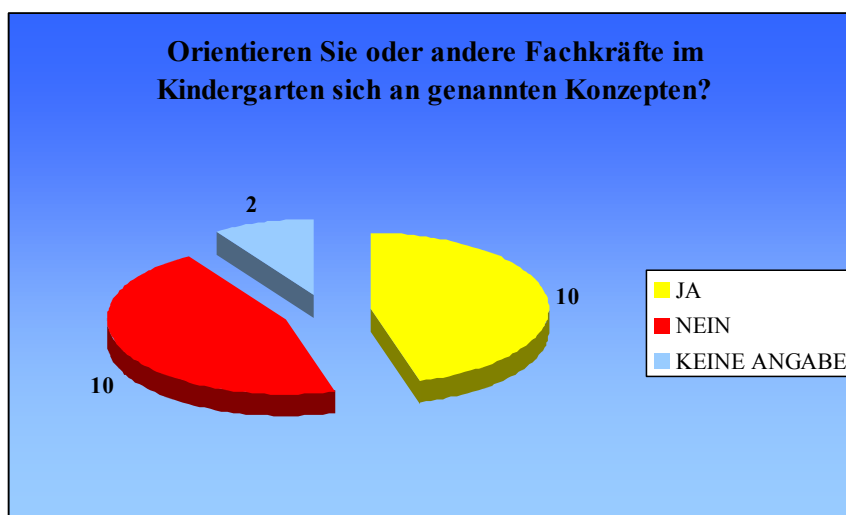


Tabelle 27: Orientierung an didaktischen Konzepten

Es lässt sich erkennen, dass sich nur ca. die Hälfte der Kindergärten an didaktischen Konzepten für frühe mathematische Bildung orientieren.

Da die Antworten aus den offenen Unterfragen dieses Items für die Einschätzung der Kompetenz der Fachkräfte wichtig sind und für die Leserinnen und Leser die Zusammenfassung nachvollziehbar ist, werden zuerst die Unterfragen aus diesem Item angeführt, die Antworten der Fachkräfte aufgezeigt und dann das ganze Item überblickend interpretiert.

Folgende untergeordnete Fragen „Wenn ja, an welchen?“, „Wie werden die Konzepte eingebaut?“ „Was spricht gegen den Einsatz dieser Konzepte“, geben Aufschluss darüber, welche Konzepte das pädagogische Handeln „wie“ beeinflussen.

Insgesamt 7 Kindergärten geben eine Orientierung an der Konzeption von Maria Montessori an, 3 nennen ausschließlich dieses Konzept.

In 4 dieser 7 Einrichtungen werden einige Konzepte gemeinsam praktiziert und im Zusammenhang genannt:

- Ein Kindergarten orientiert sich an Montessori, Mathekings, Gestaltendes Tätigsein in großer Menge und Komm mit ins Zahlenland.
- Ein Kindergarten orientiert sich an Montessori und Mathekings.
- Ein Kindergarten orientiert sich an Montessori, Mathekings, Komm mit ins Zahlenland und Mathe in Bewegung.
- Ein Kindergarten fügt zu Montessori und Mathekings noch „Jederzeit Mathezeit“ dazu.

Auf die Frage: Wie werden die Konzepte konkret eingebaut? gab es folgende Antworten:

- Bei speziellen Angeboten für die Kleingruppe, Angebote in der Freispielzeit
- Montessorikonzept ist unser Grundkonzept; Mathekings, Komm mit ins Zahlenland und Gestaltendes Tätigsein mit Material in großer Menge werden in angeleiteter Kleingruppenarbeit ausprobiert.
- In einem eigenen Bereich; bei gezielten Übungen mit Kleingruppen
- Montessorimaterialien durch Vorzeigen und Nachahmen, Mathekings: Angeleitetes Rechnen, Sortieren, Vergleichen in Verbindung mit Bewegung, selber ausprobieren
- Raumgestaltung (Montessori, Mathekings, Jederzeit Mathezeit), Bereitstellen von Material (Montessori, Mathekings, Jederzeit Mathezeit), bei Alltagshandlungen (Montessori, Mathekings, Jederzeit Mathezeit ), Didaktische Angebote (Jederzeit Mathezeit)
- Auseinandersetzung mit den schriftlichen Unterlagen aus dem Montessorilehrgang bzw. mit den Materialmappen, immer bevor neue Einführungen zu einem Material gemacht werden
- Aus jahrelanger Erfahrung verwenden wir Übungen des täglichen Lebens nach Maria Montessori.

Bei der Frage was gegen den Einsatz der Konzepte spricht, gab es folgende Antworten:

- Es spricht nichts dagegen, wir haben uns nur noch nicht bewusst mit den Konzepten auseinandergesetzt.
- Außer Montessori kennen wir nichts. Kurse in dieser Richtung wären interessant!
- Einigen Teammitgliedern sind die Konzepte nicht bekannt, einige kennen einzelne (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) Konzepte, verwenden aber nur einzelne Bausteine daraus, da z.B. 7 viel Platz und Material braucht.
- Wir orientieren uns nicht danach, sondern suchen uns das Ansprechendste aus den verschiedenen Konzepten aus. Vor allem ist jedoch jenes von Maria Montessori bekannt.
- Sie sind uns nicht bekannt und wir haben sie nicht zur Verfügung.
- In unserem Kindergarten sind diese Bücher nicht vorhanden, wohl aber haben wir Fortbildungen zur mathematischen Bildung besucht.
- Kennen diese Studien nicht.

Zusammenfassend kann zum Vorhandensein und dem Einfluss didaktischer Konzepte in Kindergärten des Sprengels Brixen folgendes gesagt werden.

Die Konzeptkenntnis ist grundsätzlich sehr gering. Nicht einmal die Hälfte der Kindergärten orientiert sich bei der Organisation von mathematischer Bildung an didaktischen Konzepten. Hauptsächlich bekannt ist das Konzept von Maria Montessori. Nur wenige Fachkräfte sind auch in der Lage Konzepte kombiniert zu verwenden und hochwertige Anregungen für ihre mathematische Lernumgebung einzusetzen.

Eine Antwort drückt vielleicht den Wunsch mehrerer aus, nämlich sich in dieser Richtung weiterzubilden („Kurse in dieser Richtung wären interessant.“).

i) Möchten Sie gerne über das Ergebnis der Studie informiert werden?

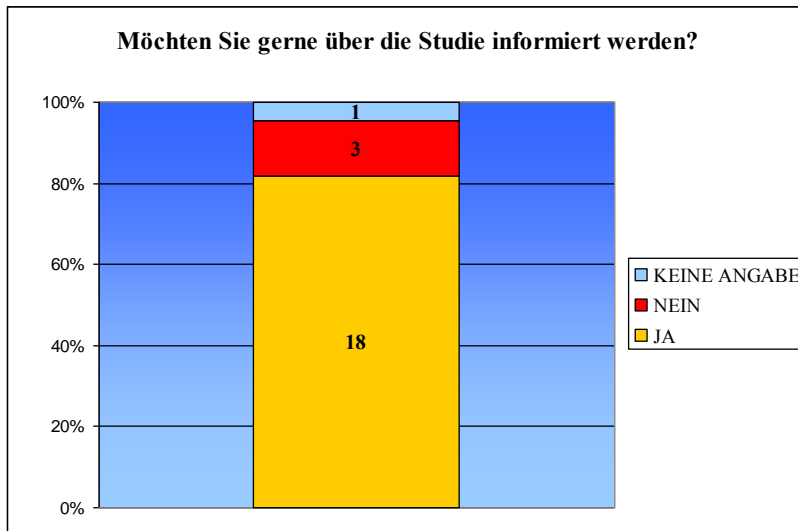


Tabelle 28: Wunsch nach Informationen zur die Studie

18 von 22 Kindergärten haben Interesse an den Ergebnissen der Studie bekundet. Das sind 81, 81 % der Stichprobe und somit auch mehr als die Hälfte der Gesamtanzahl der 31 Kindergärten im Kindergartensprengel Brixen.

j) Ich oder eine interessierte Fachkraft stehen für weitere Fragen und einen Austausch auch persönlich zur Verfügung.

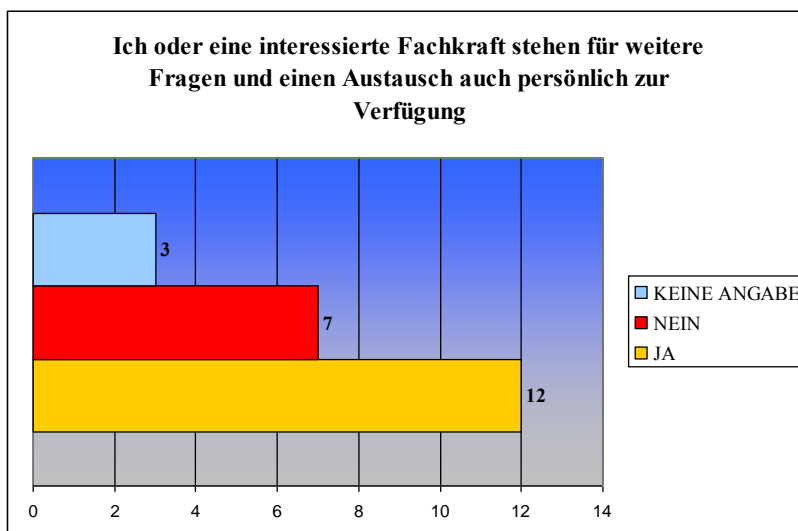


Tabelle 29: Bereitschaft zu Fragen und Austausch



12 von 22 Kindergärten haben eingetragen, dass sie für einen persönlichen Austausch oder weitere Fragen zur Verfügung stehen würden, 7 haben eine Bereitschaft verneint und drei Fragebögen waren bei diesem Item ohne Antwort.

Von den kleinen Briefen mit Namen, Kontaktadresse der Ansprechperson und Telefonnummer sind 16 zurückgekommen. Das ist eine sehr erfreuliche Anzahl und sogar 4 mehr als im Fragebogen einen direkten Kontaktwunsch signalisiert haben.

Generell waren die Fachkräfte aufgeschlossen und überhaupt nicht zwingend darauf bedacht, anonym zu bleiben. Viele haben das große Kuvert mit Adresse des eigenen Kindergartens beim Einwerfen des Fragebogens verwendet. Dies kann darauf hinweisen, dass einige einen Tipp geben wollten, angesprochen zu werden, obwohl sie nicht direkten Kontaktwunsch geäußert haben. Vielleicht haben sie auch daran gedacht, dass ich sie dann gezielter über die Studie informieren kann. Vielleicht wollten sie aber auch einfach zeigen, dass sie interessiert sind, an der Entwicklung beteiligt zu werden.

Dieses Verhalten hat es mir natürlich auch erleichtert, gewisse Kindergärten zu identifizieren und so ausfindig zu machen, wo eventuell eine interessante Austauschmöglichkeit mit Fachkräften zu erwarten ist.

## **6.2.5 Zusammenfassung der Ergebnisse und Interpretation**

Es folgt nun eine themenbereichbezogene Zusammenfassung der Ergebnisse der Items und die jeweilige Interpretation.

### ***Mathematische Bildung im Kindergarten generell***

Mathematik findet in Kindergärten des Kindergartensprengels Brixen vor allem in täglichen Ritualen wie z. B. Zählen im Morgenkreis, Kalenderarbeit mit Datum, Tischdecken und im Alltag integriert statt. Mehrere Fachkräfte schreiben, dass Mathematik im Alltag vielfach unbewusst geschieht, zwei weisen darauf hin, dass es wichtig sei, durch Fragen und Aufträge mathematische Denkweisen und Handlungen bewusst zu machen. Einige nennen die Möglichkeit einer eigens vorbereiteten Umgebung

und lediglich zwei auch die Raumgestaltung durch Zuordnungssysteme als Unterstützung mathematischer Bildung. Eine sehr geringe Zahl nennt gezielte Angebote in Kleingruppen und ebenso wenige deuten mit Begriffen wie „Montessorimaterialien“, „Mathe in Bewegung“ auf den Einsatz von mathematischen Konzepten hin. Der Wert von Spielmöglichkeiten mit Würfel-, Formen-, Mengen- und Zahlenspielen im Rahmen der Spielzeit ist hingegen bei fast der Hälfte der Kindergärten scheinbar sehr präsent.

In der Zusammenschau ist eigentlich das Wesentliche für mathematische Bildung da, aber bei den jeweils einzelnen Aussagen zu dieser Frage des Fragebogens wird trotzdem die Vermutung deutlich, dass mathematische Bildung im Rahmen der Spielzeit vielerorts nicht bewusst unterstützt wird. Die folgenden Zusammenfassungen aus den geschlossenen Fragen, die die Auswertung der Ergebnisse in Tabellenform ermöglichten, liefern ein differenzierteres Bild.

#### ***Anzahl von mathematischen Lernumgebungen***

Die Anzahl an mathematischen Lernumgebungen ist mit 9 Stück noch gering. Fünf Kindergärten äußern jedoch den Wunsch, sich auf den Weg machen zu wollen und eine mathematische Lernumgebung zu planen.

Nur ein Kindergarten nennt außer dem Platzmangel Gründe, die gegen eine Einrichtung für bewusste mathematische Bildung spricht. Genannter Grund liegt darin, dass mathematische Bildung viel im Alltag nebenher geschieht und Mathezeit eigentlich überall ist. Die Argumente sind richtig, aber werfen aufgrund der Gesamtergebnisse aus dem Fragebogen doch die Frage auf: Schaffen es die Fachkräfte die Situationen, die mathematisches Potential haben, wahrzunehmen und vertiefende Prozesse einzuleiten? Haben sie die Kenntnisse dazu, Mathematik im Alltag zu arrangieren?

#### ***Art und Anzahl der Materialien in den verschiedenen Bereichen der mathematischen Bildung***

Die meisten Kindergärten verfügen grundsätzlich in den Bereichen für vornumerische Erfahrungen über ausreichend Materialien, die aber für den gezielten Einsatz in einer mathematischen Lernumgebung arrangiert werden müssten, damit sie auch Prozesse zu vertiefendem Verständnis durch sprachlichen Ausdruck und Problemlösungssituationen provozieren können. In den meisten Kindergärten scheinen die Erfahrungen mit

altbewährten Materialien auf der Ebene der Basiserfahrungen ohne sprachlichen Ausdruck stehen zu bleiben. Neuere und zu besonderen Erfahrungen anregende Materialien sind Mangelware.

Die indirekte Unterstützung des Bildungsziels numerische Bewusstheit im Bereich „Mengen, Zahlen, Ziffern“ ist durch den mittelmäßig bis teilweise hohen Anteil an Materialien zum Würfeln und Zählen in den meisten Kindergärten anzunehmen. Materialien, die jedoch tiefgehendes Verständnis sichern, sind in vielen Kindergärten nicht vorhanden.

Diese Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass vertiefter und vielseitiger Umgang mit strukturierter Anzahlerfassung und Zahlsymbolen generell und auch in bewusst vorbereiteten Lernumgebungen noch nicht verbreitet ist, sondern weitgehend der Schule überlassen wird.

Auch die Ergebnisse im Bereich Maß und Form lassen aufgrund der wenig bewusst arrangierten Materialien darauf schließen, dass die Unterstützung des Bildungsziels Formbewusstheit und auch die Erfahrungsmöglichkeiten mit verschiedenen Messgeräten zum Erfassen der Zeit, aber auch von Volumen und Längen bei Kindern noch kaum unterstützt werden.

### ***Zeitliche Nutzung der mathematischen Lernumgebung***

Fast alle Kindergärten nutzen die Materialien aus der Lernumgebung in der Freispielzeit und in organisierten Zeiten. Das weist darauf hin, dass durch vielfach unbewusste „Mathematik im Alltag“ einerseits Basiserfahrungen ermöglicht werden und auf der anderen Seite auch das Bewusstsein da ist, dass es unterstützende Maßnahmen für vertiefende Prozesse braucht. Die Nennung der zusätzlichen Möglichkeiten zu den im Fragebogen aufgelisteten, die Kindergärten den Kindern im Bereich „ Mathematische Bildung“ gewähren, lassen erkennen, dass die fundierte Unterstützung mathematischer Bildung abhängig davon ist, wie bewusst den Fachkräften die möglichen Inhalte sind. Wenn Inhalte klar sind, kann mathematische Bildung, unabhängig vom Raum, überall arrangiert werden.

### ***Konzeptkenntnisse***

Zusammenfassend kann zum Vorhandensein und dem Einfluss didaktischer Konzepte in Kindergärten des Sprengels Brixen Folgendes gesagt werden.

Die Konzeptkenntnis ist grundsätzlich sehr gering. Nicht einmal die Hälfte der Kindergärten orientiert sich bei der Organisation von mathematischer Bildung an didaktischen Konzepten. Hauptsächlich bekannt ist das Konzept von Maria Montessori. Nur wenige Fachkräfte sind auch in der Lage, Konzepte kombiniert zu verwenden und hochwertige Anregungen für ihre mathematische Lernumgebung einzusetzen.

Dies bedeutet, dass ein erheblicher Bedarf besteht, Konzeptkenntnisse und fachdidaktische Grundlagen sowie besonders geeignete Materialien und Anregungen zu vermitteln.

### ***Zusammenhang der Kenntnis von didaktischen Konzepten und Existenz von mathematischen Lernumgebungen***

Aus der Art der Materialien lässt sich erkennen, dass jene wenigen Kindergärten, welche eine Lernumgebung eingerichtet haben, sich in der Materialauswahl an didaktischen Konzepten (Montessori, Mathekings) für frühe mathematische Bildung orientieren und den Bereich durch andere geeignete Materialien ergänzen. Es besteht also ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Existenz von mathematischen Lernumgebungen und Konzeptkenntnissen. Bei Kindergärten, die angegeben haben, eines oder mehrere Konzepte für mathematische Bildung zur Verfügung zu haben, trägt der Platz, an dem die Kinder entsprechende mathematische Erfahrungen machen können, mit einer Ausnahme auch einen Namen.

### ***Interesse an Informationen zur Studie und Bereitschaft zur Mitarbeit***

Das Interesse an der Mitarbeit im Forschungs- und Weiterentwicklungsprozess ist sehr groß; auch die Ergebnisse der Studie interessieren die meisten.

Daraus lässt sich schließen, dass der Wunsch nach Weiterentwicklung da ist und die pädagogischen Fachkräfte gewillt sind, ein neues Bildungsfeld für sich zu erobern.

## 6.2.6 Überprüfung der Hypothesen und offene Fragen

Aus dem eben beschriebenen und interpretierten Gesamtergebnis der schriftlichen Befragung lässt sich ableiten, dass eine differenzierte und bewusste Gestaltung der Unterstützung mathematischer Bildungsprozesse im Kindergarten noch kaum in der Praxis zu finden ist. Diese Aussage nährt sich aus der geringen Konzeptkenntnis einerseits, der Art der bereitgestellten Materialien andererseits und aus der Tatsache, dass nur wenige spezielle Arrangements, sprich mathematische Lernumgebungen, vorhanden sind.

Damit hat sich meine Hauptforschungsfrage:

„Welche strukturell/materiellen Bedingungen und fachlichen Voraussetzungen haben pädagogische Fachkräfte, um mathematische Bildung in einer mathematischen Lernumgebung anzuregen?“

im ersten Teil, der die strukturell/materielle Ebene betrifft, beantwortet und gibt deutliche Hinweise auf die vermutlichen, fachlichen Voraussetzungen bei den pädagogischen Fachkräften.

Die Erhebung hat einen deutlichen Zusammenhang erkennen lassen zwischen dem Vorhandensein von bewusst gestalteter mathematischer Bildung in speziell vorbereiteten Lernumgebungen und der Kenntnis von Konzepten.

Die Ergebnisse weisen durch die mangelnde Kenntnis von Konzepten für frühe mathematische Bildung deutlich auf Qualifizierungsnotwendigkeit hin.

Dies bedeutet, dass der erste Teil meiner Haupthypothese „Es gibt einen Zusammenhang zwischen dem Vorhandensein einer mathematischen Lernumgebung in Kindergärten und der Kenntnis von Konzepten für frühe mathematische Bildung aufgrund von Ausbildung, Literaturstudium oder Fortbildung“ sich erhärtet hat und bereits vier der Unterhypothesen bei dieser Befragung bestätigt worden sind.

Unterhypothese 1

- Bewusst gestaltete Lernumgebungen für Mathematik sind auch in Kindergärten des Sprengels Brixen noch selten.

Unterhypothese 2

- Mathematische Bildung erfolgt im Kindergartenalltag vielfach unbewusst und unreflektiert oder in sporadisch organisierten Bildungsangeboten.

Unterhypothese 3

- In den Kindergärten des Sprengels Brixen sind zwar verschiedene Materialien mit mathematischem Gehalt vorhanden. Sie werden aber meistens nicht gezielt und bewusst für die Unterstützung mathematischer Bildung eingesetzt.

Unterhypothese 4

- Fachkräfte, welche eine spezielle Lernumgebung für Mathematik bereitstellen, verfügen über mehr didaktisches Fachwissen und kennen eher Konzepte für Mathematik aus Ausbildung, Literaturstudium oder Fortbildung, als wenn Mathematik nur im Alltag erfolgt.

Trotz dieser relativ ernüchternden Ergebnisse gibt es einige Hinweise darauf, dass interessante Konzepte für mathematische Lernumgebungen in der Praxis bereits in Entwicklung sind. Genau solche Konzepte interessieren in meinem nächsten Forschungsausschnitt, wo es um die Frage nach der praktischen Didaktik und dem dazugehörigen Hintergrundwissen in bestehenden Lernumgebungen geht:

„Nach welchen Gütekriterien, theoretischen und praktischen Überlegungen sind ausgewählte, bestehende Lernumgebungen eingerichtet? Welche Materialien werden zur Verfügung gestellt?“

### **6.3 Die qualitative Forschung in fünf Kindergärten**

Für den weiteren Forschungsverlauf zum Stand der mathematischen Lernumgebungen führe ich Interviews mit pädagogischen Fachkräften durch, die bereits länger oder erst seit kurzer Zeit eine mathematische Lernumgebung bereitstellen und fotografiere die Lernumgebungen, sowie einige der interessantesten Materialien.

Ziel dieser Begehungen und Interviews in den mathematischen Lernumgebungen ist es, mir einen Einblick in die Praxis vor Ort zu gewähren und die bereits durch die schriftliche Befragung gewonnenen Erkenntnisse wiederzuentdecken, zu differenzieren und zu erweitern.

Ich möchte erfahren, welche Überlegungen für die verantwortlichen pädagogischen Fachkräfte bei der Vorbereitung der Lernumgebung wichtig sind und welche Materialien sie den Kindern zur Verfügung stellen.

Ein weiteres Ziel ist es, die Quelle ihres Vorwissens zu ermitteln und gegebenenfalls Unterschiede herauszuarbeiten zwischen Fachkräften mit besonderer Qualifikation in diesem Bereich oder noch unerfahrenen Fachkräften.

Zunächst stelle ich die Forschungsmethode allgemein vor, dann die betreffenden Kindergärten, die zusammenfassenden Aussagen aus den Interviews und komme dann zu der Auswertung der Fragen mit Hilfe meiner Vorüberlegungen.

Den folgenden Teil der Forschung abschließen wird ein Vergleich mit der Hauptforschungsfrage, der dazugehörigen Unterfrage und einem Teil meiner in Kapitel 5 vorgestellten Hypothesen.

### **6.3.1 Das Interview und die Fotodokumentation**

Friebertshäuser, Langer und Pregel (2010) bezeichnen als „Interview eine verabredete Zusammenkunft, in der Regel eine Interaktion zwischen zwei Personen, die sich auf der Basis vorab getroffener Vereinbarungen und somit festgelegter Rollenvorgaben als Interviewende und Befragte begegnen“ (Friebertshäuser et al. 2010, S. 438f).

Die Entscheidung für eine bestimmte Interviewform erfolgt aus dem jeweiligen Forschungsdesign, zu welchem das Erkenntnisinteresse, die Fragestellung, die zu befragende Zielgruppe und die methodische Anlage der Studie gehören.

Die Einteilung in vorstrukturierte und offene Formen der Befragung ist eine grobe Kategorisierung; in der Forschungspraxis gibt es verschiedene Mischformen (vgl. Friebertshäuser et al. 2010, S. 438f).

Bei Leitfadeninterviews begrenzen die Fragen den Horizont möglicher Antworten und strukturieren die Befragung. Dabei wird beim Forschenden ein Vorverständnis des Untersuchungsgegenstandes vorausgesetzt, da sich das Erkenntnisinteresse normalerweise bereits im Voraus auf relevante Themenkomplexe bezieht (vgl. ebd., S. 438f).

Diese können „aus Theorien, eigenen theoretischen Vorüberlegungen, bereits vorliegenden Untersuchungen, ersten eigenen empirischen Befunden oder auch eigener Kenntnisse des Feldes entspringen“ (ebd., S. 438f).

Ein besonderes Kennzeichen dieser Interviews ist, dass mehr oder minder formulierte Fragen in Form eines Leitfadens zur Verabredung „mitgebracht“ werden, auf die der

Interviewte frei antworten soll. Wichtig ist, dass der Interviewer die Leitfragen im Kopf hat und sie gegebenenfalls in anderer Reihenfolge als der vorbereiteten anwenden kann oder in der Situation entscheidet, ob eine Frage weggelassen werden kann, weil sie eigentlich schon beantwortet wurde. Aufgrund dieser Spielräume bei der konkreten Gestaltung des Interviews, beim gleichzeitigen Versuch, bestimmte vorgegebene Themen auf alle Fälle zu behandeln, wird auch der Begriff des „teilstandardisierten Interviews“ verwendet (vgl. Flick 2005, S. 143). „Diese Einzelentscheidungen müssen in der konkreten Situation getroffen werden und verlangen vom Forschenden ein hohes Maß an Sensibilität für den konkreten Interviewverlauf und für den Interviewten, aber auch einen großen Überblick über das bereits Gesagte und seine Relevanz für die Fragestellung der Untersuchung“ (Flick 2005, S. 143).

Ein Vorteil der Methode liegt darin, dass der möglichst konsequente Einsatz des Leitfadens die Vergleichbarkeit der Daten erhöht und dass diese durch die Fragen Struktur gewinnen. Wenn das Ziel der Datenerhebung konkrete Aussagen über einen Gegenstand sind, ist ein Leitfadeninterview ein geeigneter und ökonomischer Weg (vgl. Flick 2005, S. 143).

Der Einsatz des Leitfadeninterviews setzt eine vorherige Schulung der Interviewenden voraus. Empfohlen wird, die „erste Fassung eines Leitfaden-Katalogs in Probeinterviews zu testen und danach noch einmal zu überarbeiten“ (Friebertshäuser et al 2010, S. 439). Auf diese Weise lassen sich unverständliche, problematische Formulierungen verbessern und oder fehlende Fragen ergänzen (vgl. Friebertshäuser et al 2010, S. 439).

Das Experteninterview ist noch einmal eine spezielle Form des Leitfaden- Interviews. Meuser & Nagel (1991) weisen darauf hin, dass „die in die Entwicklung eingehende Arbeit eines Leitfadens ausschließt, dass sich der Forscher als inkompetenter Gesprächspartner darstellt. Es schließt weiters aus, dass sich das Gespräch in Themen verliert und erlaubt dem Experten zugleich, seine Sache und Sicht der Dinge auszudrücken“ (Meuser & Nagel 1991 zitiert in Flick 2005, S.140f).

Teilstrukturierte Interviews bieten die Möglichkeit, im Lauf des Gesprächs Daten zu fixieren. Für bestimmte Antworten ist es gut denkbar, dass nicht die ganze Aussage, sondern nur ein Schlüsselwort oder ein Teilsatz niedergeschrieben werden. Solche Notizen können später in einem erst nach Abschluss des Interviews angefertigten Gedächtnisprotokoll notiert werden (vgl. Cropley 2008, S. 138).



„Die Auswertung von Experteninterviews richtet sich vor allem auf die Analyse und den Vergleich der Inhalte des Expertenwissens“ (Flick 2005, S. 141).

Die Fotodokumentation kann die Eindrücke und Aussagen aus dem Interview belegen und zur Unterstützung der Aussagen einsetzen. Außerdem bieten Fotos eine gute Erinnerungshilfe beim Beschreiben des Ortes und der Materialien.

Auch Fotos sind nach Möglichkeiten zur Datenerhebung und finden in der qualitativen Forschung ihren Platz. Sie stellen ein Mittel zur Erzeugung aufklärerischer Reflexionen dar. Bild und Text bilden eine Datenbasis, auf die Forscher zurückgreifen können.“

### **6.3.2 Planung, Durchführung und Auswertung der Untersuchung**

Aufgrund der Ergebnisse aus der schriftlichen Befragung hatte ich schon deutliche Hinweise, welche Lernumgebungen für eine Begehung und ein Interview interessant sein könnten. Ich habe mich dann für fünf Kindergärten entschieden und mit den Leiterinnen bzw. den verantwortlichen Fachkräften für die mathematische Lernumgebung Kontakt aufgenommen. So gelang es mir im Laufe des Aprils fünf Termine für Besuche und Interviews zu vereinbaren, die aufgrund der fachlichen Ausbildung der Verantwortlichen und Erfahrungen mit mathematischen Lernumgebungen vermuten ließen, sehr unterschiedlich zu sein.

Bereits im Vorfeld habe ich Fragen formuliert und meine akademische Betreuerin um eine Rückmeldung bezüglich Tauglichkeit gebeten. Anschließend habe ich ein Probeinterview durchgeführt und so einige Fragen neu geordnet und auch dazuformuliert.

In folgendem Abschnitt werde ich zunächst durch eine Kurzbeschreibung einen Einblick in die besuchten Kindergärten geben und durch unterstützende Fotos einen Gesamteindruck aus den Lernumgebungen bieten. Einige, besonders geeignete Materialien, die ich kennenlernen durfte, werde ich in der Checkliste am Schluss dieser Laureatsarbeit vorstellen.

Alle fünf durchgeführten Interviews habe ich stichpunktartig mitgeschrieben, zu Hause ausformuliert und den Teilnehmerinnen via E-Mail zur Durchsicht zugeschickt. Anschließend habe ich jede einzelne Frage, miteinander verglichen und auf Unterschiede

und Gemeinsamkeiten überprüft und Zusammenfassungen mit Kernaussagen verfasst, die im anschließenden Forschungsbericht nachzulesen sind. Dann galt es, die Zusammenfassungen mit meinen schriftlichen Vorüberlegungen zur Auswertung zu vergleichen und im Zusammenhang mit den Kernaussagen nachvollziehbare Antworten abzuleiten.

Der folgende Interviewbericht stellt nicht die einzelnen Mitschriften selbst dar, sondern die Zusammenfassungen und Kernaussagen aus den fünf Interviews, legt die Vorüberlegungen offen und beschreibt abschließend Unterstützungsbelege oder Widerlegungsbelege zu meinen Hypothesen. Der Leitfaden zu den Interviews ist im Anhang zu finden.

### **6.3.2.1 Die Besuche in den Kindergärten**

In folgenden Kindergärten habe ich ein Interview und eine Fotodokumentation der Lernumgebung gemacht: Kindergarten Völser Aicha, Kindergarten Feldthurns, Kindergarten Rosslauf, Kindergarten Tils, Kindergarten Gufidaun.

Ich danke allen fünf pädagogischen Fachkräften noch einmal ganz herzlich für ihre Bereitschaft in Austausch zu treten. Ich glaube, es war eine Bereicherung auf beiden Seiten.

Im Weiteren skizziere ich kurz die Rahmenbedingungen der ausgewählten Kindergärten und gebe einige Informationen zur jeweiligen mathematischen Lernumgebung. Ausgewählte Fotos der vorbereiteten Bereiche sollen die Leserinnen und Leser befähigen, den Ausführungen leichter zu folgen und die Ergebnisse aus den Interviews nachvollziehen zu können.



**Materialien, die zu mathematischen Tätigkeiten anregen:  
Vergleichen, Sortieren, Zählen, Teilen, Messen, Würfeln,...**



Abb. 6: Montessorimaterialien zu den Dimensionen und Puzzles



Abb. 7: Übungen des tgl. Lebens



Abb. 8: Baubereich mit Bildern von realen Bauten in der Welt und im Kindergarten



Abb. 9: Messgeräte

### Kindergarten Feldthurns

Der Kindergarten Feldthurns ist ein Dorfkindergarten mit 4 Gruppen, einer Kinderzahl von rund 100 Kindern, und je zwei pädagogischen Fachkräften pro Abteilung und einer freigestellten Leiterin. Der Kindergarten Feldthurns bietet vor allem im „grünen Raum“, (ca. 25 m<sup>2</sup>) in einer vorbereiteten Lernumgebung, Gelegenheiten für mathematische Bildungsprozesse. Der Raum wird ab 10.00 Uhr auch für andere Angebote genutzt. Vier Fachkräfte aus zwei Stammgruppen wechseln sich am frühen Vormittag wöchentlich bei der Begleitung im Lernort ab. Am Nachmittag wird der Bereich vor allem von einer Fachkraft, die den Lernbereich im Wesentlichen zusammen mit der Leiterin organisiert hat, genutzt.

Die mathematische Lernumgebung trägt den Namen „Lernort Mathespaß“ und ist so konzipiert, dass auch andere Fachkräfte, mit weniger Fachwissen, Kinder darin begleiten können. Deshalb hat die Fachkraft die Materialien vorwiegend in beschrifteten Kartonen mit einfachen Anleitungen bereitgestellt. Die Lernumgebung ermöglicht durch den großen Raum einerseits Möglichkeiten zum großflächigen Bauen und andererseits mit einem Tisch und viel Bodenfläche, zum konzentrierten Spielen mit den gehaltvollen, anregend und geordnet vorbereiteten Materialien.



Abb. 10: „Lernort Mathespaß“



Abb. 11: Offene Regale



Abb. 12: Menge und Symbol



Abb. 13: Zuordnen nach Farben



Abb. 14: Bücher zum Zählen

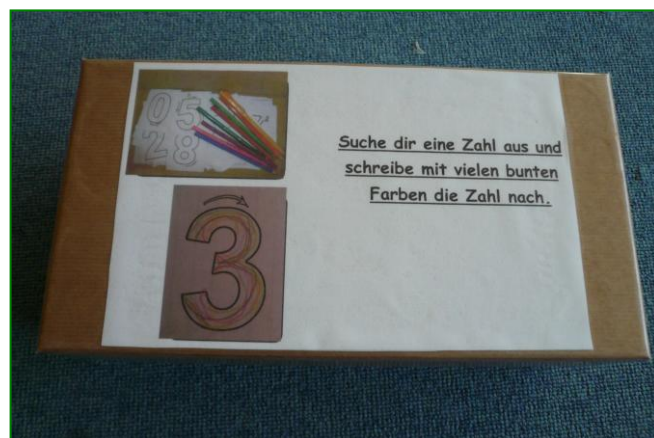


Abb. 15: Klare Anleitungen

### Kindergarten Rosslauf

Der Kindergarten Rosslauf befindet sich in einem neuen Wohnviertel der Stadt Brixen und ist erst seit 2008 in Betrieb. Er ist Hospitationskindergarten für das angrenzende pädagogische Gymnasium und führt drei deutsche und eine italienische Gruppe. Im Kindergarten Rosslauf sind in den deutschen Abteilungen zusammen etwa 70 Kinder und sieben pädagogische Fachkräfte.

Die pädagogische Konzeption orientiert sich an einer offenen Arbeitsweise mit Funktionsräumen. Die mathematische Lernumgebung ist auf zwei Räume aufgeteilt: Im Bauraum gibt es viele Gelegenheiten für Erfahrungen mit Form und Raum, ebenso ist das Thema Zeit durch Kalender präsent. In einem zweiten Raum, in dem Materialien für leisere Aktivitäten bereitstehen, befindet sich auch die mathematische Lernumgebung, die sich zum einen aus dem Bereich Muster und Formen, dem Bereich für Erfahrungen mit

Mengen und Zahlen, dem Bereich Kategorien und den Regalen mit den Karten, Brett- und Würfelspielen zusammensetzt.



Abb. 16: Erfahrungen mit Mengen, Zahlen, Ziffern



Abb. 17: Erfahrungen mit Zeit



Abb. 18: Messen und Wiegen



Abb. 19: Kategorien bilden



Abb. 20: Zuordnen und Strukturieren

## Kindergarten Tils

Der Kindergarten Tils ist ein Dorfkinderkergarten und befindet sich im Gemeindegebiet von Brixen. Er ist im 1. Stock des Schulgebäudes untergebracht und führt eine Gruppe. Dieses Jahr besuchen 15 Kinder den Kindergarten. Drei pädagogische Fachkräfte in Teilzeit begleiten die Kinder auf ihrem Entwicklungsweg. Der Kindergarten Tils besitzt noch keine ausgewiesene mathematische Lernumgebung, aber aufgrund von Fortbildungen, dem „Projekt der Öffnung“ im Kindergartensprengel und Besuchen in anderen Kindergärten, sowie dem eigenen Jahresschwerpunkt „Farben und Formen“ haben sich die pädagogischen Fachkräfte bemüht, in den Räumen reichhaltige Lernmöglichkeiten für mathematische Bildung zu schaffen. Vor allem haben sie auch Fotos angebracht, die den Kindern helfen, die Ordnung wieder selbstständig herstellen zu können und sich dadurch auch beim Zuordnen zu üben.



Abb. 21: Messen, zählen, bezahlen, zuordnen



Abb. 22: Erfahrungen mit der Zeit





Abb. 23: Farben in der Umwelt



Abb. 24: Farbstiftkategorien



Abb. 25: Viele Kreise - selbst gemalt



Abb. 26: Ordnungssysteme



Abb. 27: Verbindung Menge- Zählen- Zahl

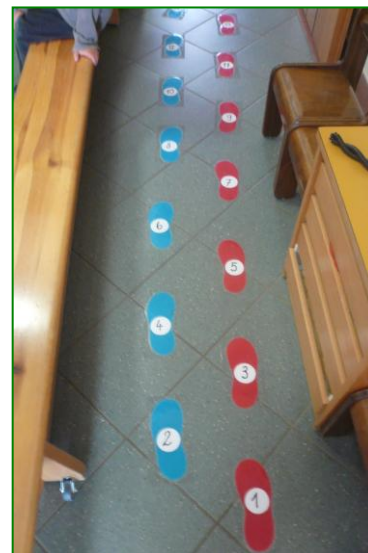


Abb. 28: Fußtritte zum Zählen



Abb. 29: Puzzle- Karten-Brettspiel

### Der Kindergarten Gufidaun

Der Kindergarten Gufidaun ist ein eingruppiger Dorfkindergarten im Gemeindegebiet von Klausen. 20 Kinder werden von einer pädagogischen Fachkraft in Vollzeit und zwei pädagogische Fachkräften in Teilzeit begleitet. Im Rahmen der Konzeptentwicklung im Rahmen des Projekts der Öffnung, die von einer Projektbegleiterin des Kindergartensprengels unterstützt wird, haben die Fachkräfte in diesem Jahr begonnen, die mathematische Lernumgebung „Zahlenland“ einzurichten. Sie befindet sich im Gruppenraum in offenen Regalen und ist mit einigen Materialien zum Wiegen und Messen, zu Mengen und Zahlen, sowie Formen ausgestattet. Gelegenheiten zum Bauen und Konstruieren haben die Kinder auf zwei weiteren, räumlich großzügigen Bereichen.



Abb. 30 und 31: Zahlenland im Gruppenraum



Abb. 32: Große Würfel



Abb. 33: Waage



Abb. 34: Geobretter selbstgemacht



Abb. 35: Würfelspiele aus dem „Mathe 2000-Zahlenbuch“

### 6.3.2.2 Zusammenfassungen und Kernaussagen aus fünf Interviews

**Die erste Frage wollte ermitteln, seit wann es die mathematischen Lernumgebungen in den besuchten Kindergärten gibt.**

Ein Kindergarten arbeitet schon seit sieben bis 10 Jahren mit der speziell eingerichteten Umgebung für Mathematik, ein weiterer seit fünf Jahren. Zwei Kindergärten geben an, erst dieses Jahr einen konkreten Platz eingerichtet zu haben, ein Kindergarten betont, dass der Bereich eigentlich noch gar nicht da ist, jedoch viele Initiativen, die Mathematik in den Räumen sichtbar zu machen.

**Kernaussage:** Mehrzahl der mathematischen Lernumgebungen ist nicht ein Jahr alt.

**Bei Frage zwei ging es darum, wer die Initiative zur Einrichtung hatte.**

Es zeigt sich, dass Fachkräfte, die eine spezielle Ausbildung, z. B. für Montessoripädagogik (in 2 Kindergärten), oder ein Studium absolviert bzw. Kurse für mathematische Bildung im Kindergarten besucht haben (in einem Kindergarten), die Initiative im Team hatten und die praktische Ausgestaltung anregten, bzw. selbst organisierten. Auch die Auseinandersetzung mit den Rahmenrichtlinien in einer Fortbildung zum „Projekt der Öffnung“ und die Konzeptentwicklung auf Initiative der Direktion im Laufe dieses Jahres, haben dazu geführt, dass die Lernbereiche für die Fachkräfte wichtiger geworden sind. Zwei Fachkräfte haben angegeben, dass sie die Bereiche in der Folge auch beschriftet haben, um sie mehr ins Bewusstsein zu holen.

**Kernaussage:** Fachkräfte mit besonderer Ausbildung, Fortbildung für mathematische Bildung, Studium und „Projekt der Öffnung“ sind Anregungsfaktoren.

**In Frage drei interessierte ich mich für den Grund der Vorbereitung einer mathematischen Lernumgebung.**

Drei Kindergärten nennen äußere Anlässe, wie die Rahmenrichtlinien, die Anregung aus meiner schriftlichen Befragung, eine Fortbildung zu mathematischer Bildung. Zwei Kindergärten, und zwar jene, die die Lernumgebung schon länger bereitstellen, verweisen als Grund auf den Vorteil für die Kinder und Fachkräfte. Sie sagen, dass Kinder dadurch

besser ihr Interesse zeigen, sie auf ihrem Niveau arbeiten könnten, die Fachkräfte dann besser sehen, was noch gebraucht wird.

**Kernaussagen:** Bildungsauftrag, meine Befragung, Kinder würden dadurch besser lernen, Fachkräfte könnten besser unterstützen, sind die Hauptgründe für die Vorbereitung der Umgebung.

**Frage vier fragte nach den Überlegungen bei der Einrichtung, nach dem Vorwissen und der Quelle des Vorwissens.**

Zunächst standen Überlegungen zum geeigneten Raum oder Raumteil im Vordergrund. Er sollte gut zugänglich und für alle Kinder und Fachkräfte nutzbar sein; Es sei wichtig, dass jemand die Verantwortung für die Materialvorbereitung und übersichtliche Anordnung übernimmt. Eine Fachkraft hat aus diesem Grund für die Mitarbeiterinnen am Beginn vor fünf Jahren die didaktische Reihe mittels Fotos an den Regalen angebracht. Für eine Fachkraft, die den Lernbereich erst neu eingerichtet hat, war auch sehr wichtig, dass Kinder nun verlässlich Materialien für Erfahrungen mit Mengen und Zahlen zur Verfügung haben und dass der Bereich einen Namen trägt, weil die Kinder dann wissen: „Das gehört alles dazu.“ Von drei Interviewpartnerinnen wurde besonders betont, dass die gemeinsamen Einführungen in einer kleineren Gruppe vor dem Beginn der Arbeit sehr wichtig sind, damit Kinder danach gut wählen und spielen können. Außerdem wird betont, dass in diesem Raum eine Begleitperson notwendig ist.

Bezüglich des Vorwissens nannten die Interviewpartnerinnen ganz unterschiedliche Quellen. Zwei berichten von ihrer Ausbildung zur Montessoripädagogin, Universitätsstudium und Fortbildungen zu mathematischer Bildung, die anderen ohne spezielle Ausbildung gaben an, das Wissen durch Besuche in anderen Kindergärten und Internetrecherche erworben zu haben.

**Kernaussagen zu den Überlegungen:** Raum, Namen, Anordnung der Materialien, Lernbegleitung, Verantwortung für Materialvorbereitung sind wichtige Überlegungen bei der Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung.

**Kernaussagen Wissen:** Ausbildung, Fortbildung und Internetrecherche, Besuche in andern Kindergärten sind die wichtigsten Wissensquellen.

**Frage fünf erkundigte sich nach dem Zeitpunkt, an dem die Kinder und Fachkräfte den Bereich nutzen können.**

Vier Fachkräfte betonen, dass der Bereich, der Raum bzw. die Räume für die Kinder immer genutzt werden können. Besonders häufig werden sie von jenen Kindern und Fachkräften genutzt, die Einführungen mitverfolgen können bzw. selbst die Fachfrau auf diesem Gebiet sind. Eine Fachkraft gibt an, dass an einem Tag in der Woche auch andere Fachkräfte, außer dem Stammpersonal des Raumes, die Lernumgebung nutzen. Die Interviewpartnerin berichtet, dass die anderen Fachkräfte meistens die Handhabung der Materialien nicht kennen und deshalb bleibe in dieser Zeit besonders der Bereich „Mengen und Zahlen“ ungenutzt. In einem der besuchten Kindergärten haben Kinder teils in der Freispielzeit, teils am Nachmittag die Möglichkeit, sich in Begleitung der Interviewpartnerin mit den Materialien auf Tischen zu beschäftigen. Dies gehe aber noch nicht immer, da viel Begleitung notwendig sei, betont die Fachkraft.

**Kernaussage:** Bestehende Lernumgebungen werden vorwiegend durch bewusste Lernbegleitung in der Spielzeit und manchmal bei gezielten Angeboten genutzt.

**Frage sechs erkundigte sich nach der Anzahl der Kinder, die den Bereich/Raum gleichzeitig nutzen können.**

Zwei Fachkräfte berichten, dass es eigentlich für die Kinder keine Begrenzung gäbe. Die Kinder würden selbst nicht mehr in den Raum kommen, wenn sich zu viele Kinder darin befänden. Eine andere Fachkraft berichtet von einer Begrenzung aufgrund der Größe des Platzes in der Lernumgebung „Mengen und Zahlen“ auf drei bis sechs Kinder.

Zwei Interviewpartnerinnen betonen, dass es innerhalb der Lernumgebung wichtig sei, dass die Kinder sich für verschiedene Sozialformen entscheiden könnten. Für Materialien wie z. B. der Beschäftigung mit den Sanduhren sei Partnerarbeit sehr vorteilhaft, da sich die Kinder, laut Beobachtungen, in dieser Sozialform am besten unterstützen würden.

**Kernaussage:** Die Lernumgebungen nutzen teilweise viele Kinder gleichzeitig; wichtig ist es verschiedenen Sozialformen anzuregen.

**Frage sieben wollte Auskunft über die zur Verfügung gestellten Materialien haben.**

Alle Fachkräfte erzählten von Mengen und Zahlen, Materialien zum Mustermachen, manche auch von Materialien für Arithmetik, Dimensionen, Formen und Würfelspielen, von Materialien zur 1:1 Zuordnung.

Eine Fachkraft nannte Materialien zum Wiegen, zum Sortieren und Klassifizieren.

Eine einzige verglich ihre Auswahl mit den Bereichen aus den Rahmenrichtlinien. Sie meinte: „Eigentlich bieten wir für alle Bildungsziele aus den Rahmenrichtlinien etwas an.“

Eine weitere Fachkraft, die den Bereich erst heuer eingerichtet hat, weiß ganz genau, was sie zur Verfügung hat und was noch nicht. Sie sagt: „Momentan gibt es Materialien zu Mengen, Zahlen, Formen, Messen, Wiegen. Aber gerne möchte ich auch noch Materialien für Zeit und Rhythmus zur Verfügung stellen.“

Zwei Fachkräfte weisen darauf hin, dass großflächiges Bauen und Konstruieren in einem anderen Raum bzw. Raumteil möglich sei.

**Kernaussage:** Mengen und Zahlen, Legen und Bauen sind die drei bestausgestatteten Bereiche. Zeit und Maß, Klassifizieren und Sortieren, bewusst für mathematische Prozesse gestaltet, sind eher rar.

**In Frage acht beschäftigten sich die Interviewpartnerinnen mit Kriterien bei der Auswahl der Materialien.**

Als Auswahlkriterien nannten die Fachkräfte: dass alle Bereiche, die Maria Montessori für den Bereich Mathematik vorgesehen hat, vorhanden sind; das Entwicklungsniveau der Kinder; dass Materialien so beschaffen sind, dass sich Kinder nach der Einführung allein damit beschäftigen könnten; dass es viele Materialien für das Spiel am Boden gibt und auch solche, die leises Tun und Konzentration anregen. Fachkräfte, die den Bereich neu eingerichtet haben, orientieren sich vor allem an inhaltlichen Kriterien zu den Bereichen in den Rahmenrichtlinien und am Material, das sie zur Verfügung haben.

Eine Interviewpartnerin orientierte sich an der Herausforderung und Sicherheit für die Kinder. Sie nannte folgende Kriterien: „Materialien sollen die Kinder fördern, sollen eine Herausforderung sein, dürfen nicht gefährlich sein. Die Materialien sollen den Kindern sichtbar machen, was sie alles können oder noch lernen können und sollen das Bewusstsein stärken, dass sie sich in alle Bereiche (Erkenntnisbereiche) hintrauen können.“

**Kernaussage:** Bei den Auswahlkriterien orientieren sich die Fachkräfte an Inhalten für Mathematik im Montessorikonzept, ansatzweise an den inhaltlichen Kriterien aus den Rahmenrichtlinien und am Wunsch, Kindern eine Herausforderung zu bieten.

**Frage neun fragte nach, ob es Kriterien für die Anordnung gibt.**

Die drei Fachkräfte mit den neuen Lernumgebungen, hätten Wünsche. Momentan gibt es allerdings noch keine Umsetzung in die Praxis dazu. Eine erzählt, dass sie die Bereiche gern thematisch nach den Bereichen in den Rahmenrichtlinien einrichten möchte. Als weiteres Kriterium gelte es zu bedenken, ob das Material in den leisen oder lauten Bereich passe.

Für eine andere Fachkraft ist es sehr wichtig, dass alles übersichtlich und einladend präsentiert ist.

Einer weiteren Fachkraft, die schon länger mit einer mathematischen Lernumgebung arbeitet, ist es wichtig, dass die Materialien thematisch geordnet sind: Mengen und Zahlen, Übungen des täglichen Lebens, Sortieren und Aufteilen, Muster machen.

**Kernaussage:** Die Fachkräfte sprechen vorwiegend grob thematisch orientierte Kriterien an. Es gibt wenig in Sprache ausgedrückte, direkte Aussagen zu einem lernmethodisch geschickten Arrangement. Die Fotodokumentationen zeigen bei zwei Lernumgebungen jedoch auch am Lerngegenstand und seinen Anspruchsebenen orientierte Anordnung. Vielleicht ist dies den Fachkräften nur nicht so bewusst. Der Hinweis auf die didaktische Reihe zeugt bei einer Fachkraft schon von einem didaktischen Kriterium, das ihre Anordnung bestimmt.

**Frage zehn erkundigte sich nach der Meinung, was Fachkräften an diesem Lernbereich gefällt.**

Es wurden dabei sehr unterschiedliche Dinge genannt; manchen Fachkräften gefalle der Bereich, weil er eine neue Herausforderung darstelle und sie durch die Einführungen der Interviewpartnerin während der Morgenkreise profitieren würden. Zwei andere nennen die Tatsache, dass die Beobachtungsmöglichkeiten und die Diagnostik durch diese Materialien leichter würde. Zwei nannten die Tatsache, dass die Kinder die Initiative so gut angenommen hätten und sehr konzentriert spielen würden. Auch dass Kinder



selbstständig auswählen können und die Fachkräfte nicht mitspielen müssen, wurde erwähnt.

**Kernaussagen:** Den Fachkräften gefällt vor allem die Herausforderung, die Konzentration, Begeisterung der Kinder und die gute Beobachtungsmöglichkeit.

**Frage elf fragte danach, was nach Einschätzung der Interviewpartnerinnen, Kindern an der mathematischen Lernumgebung gefalle.**

Alle glauben, dass für die Kinder das geordnete Angebot, die anregenden Materialien, die sie sonst nicht zur Verfügung haben und das besondere Arrangement den Reiz der Lernumgebung ausmachen. Auch würden Kinder auf diese Weise ganz gezielt merken: „Da ist Mathe drinnen. Und das gefällt ihnen.“ Mehrere berichten, dass die Kinder sagen, sie würden hier spielen, aber gleichzeitig auch lernen. Das mache sie stolz, wie richtige Schulkinder.

Weiters wurde angeführt, dass Kinder es mögen, sich in eine Sache einlassen zu können, dran zu bleiben. Kindern gefalle es auch, dass pädagogische Fachkräfte sie in diesem Bereich auf sehr intensive Weise begleiten. Auch Konstruktionsspiele mit intensiven Rollenspielen seien vor allem bei Vierjährigen sehr begehrt.

**Kernaussagen:** Kindern gefallen in der Lernumgebung laut Einschätzung der Interviewpartnerinnen: die attraktiven Materialien; sich durch Mathe groß fühlen; dass Fachkräfte für sie da sind; die Vertiefungsmöglichkeiten und die Herausforderungen, die das Material bietet.

**Frage zwölf wollte Vorlieben für Materialien bei Kindern erfragen:**

Die Fachkräfte betonten, dass die Vorlieben der Kinder sich ändern würden. Eine Anreicherung mit neuen Herausforderungen sei immer wieder wichtig. Trotzdem gibt es einige Spiele, die sehr beliebt sind, wie z. B.: Das Prismo, die neuen Zuordnungsmaterialien aus dem Buch „Mathekings“ Spiele, die ein wenig Wettbewerbscharakter hätten wie „Räuber und Goldschatz“ oder Sortierspiele bei jüngeren Kindern. Auch das Würfelspiel „Sechser runter“ und das „Apfel-Zuordnungsspiel“ wäre Dauerrenner; ebenso beliebt seien auch Mandala legen mit verschiedenen Formen, Wiegen mit der Balkenwaage und den Gewichtsbären.

**Kernaussage:** Es gibt einige Dauerbrenner, jedoch meist wechselnde Vorlieben bei Kindern; wichtig sei es, die Lernumgebung immer wieder zu aktualisieren und gegebenenfalls im Nebenraum oder einem Schrank nötige Dinge, zur Verwendung bereit, aufzubewahren.

**Frage 13 hatte zum Ziel, ausfindig zu machen, welche Erfahrungen Fachkräfte bei der Begleitung der Kinder machen. Sie fragte nach dem Umgang der Kinder mit den Materialien und danach, was Kinder dabei nach Meinung der Fachkräfte lernen würden.**

Auf die Frage nach dem Umgang antworteten die Fachkräfte sehr übereinstimmend. Sie sagten, dass die Wertschätzung für das Material und der Umgang damit davon abhängig sei, wie die Kinder ins Material eingeführt und begleitet würden. Eine Interviewpartnerin berichtete, dass die Kinder ihrer Gruppe das Material noch „missbrauchen“ würden. Sie nähmen es für Rollenspiele, machten es kaputt.

Die Fachkräfte sind der Meinung, dass Kinder in der mathematischen Lernumgebung sortieren, zählen, addieren lernen und Erfahrungen mit Geometrie (Flächen, Körper) machen.

Außerdem lernen sie zuordnen, Mengen und Ziffern verbinden und verstehen. Sie lernen das Verstandene auf andere Situationen zu übertragen, ihr Interesse für Mathematik wird geweckt, sie bekommen durch das Tun ein Gefühl für Rechenoperationen und erkennen, dass sie fähig sind zu rechnen. Zudem ordnen sie die Welt und lernen den bewussten Umgang mit Dingen aus der Umwelt, dem Leben. Sie lernen, selbstständig zu werden, soziale Fähigkeiten aufzubauen, Motorik, mit Geld umzugehen, Begrifflichkeiten für Mengen (viel, wenig). Weiters wurden genannt: Erkennen von Formen, Verbindung Menge und Zahl, selber Strukturen und Muster entdecken und finden; vergleichen.

**Kernaussagen:** Umgang mit den Materialien hängt von der Lernbegleitung ab

**Kernaussage Lernen:** Kinder lernen alle mathematischen Basisfähigkeiten und auch vertieftes mathematisches Verständnis. Motorische, soziale, sprachliche und alltagspraktische Fähigkeiten würden überdies mitgeliefert.

**Frage 14 fragt danach, was die Interviewten anderen Fachkräften unbedingt sagen möchten, wenn sie eine mathematische Lernumgebung einrichten wollen.**

Weil diese Überlegungen wegen ihrer Unterschiede zwischen mit Lernumgebung erfahrenen und unerfahrenen Fachkräften besonders aussagekräftig für meine Hypothesenbelege sind, gebe ich sie fast ungekürzt und nach Interviewpartnerinnen abgegrenzt wider.

- Das Material muss für die Kinder anschaulich sein, der Ort muss einladend sein; die Materialien müssen einladend auf Augenhöhe der Kinder angeboten werden; der Bereich muss für einen längeren Zeitraum (regelmäßig) nutzbar sein; eine gute Einführung ist notwendig.
- Für jede Entwicklungsstufe muss herausforderndes Material zum Tätigsein da sein und auch inhaltlich muss das Wichtige vertreten sein: z. B. Geometrie, Sortieren, Zahlen, Zuordnen.
- Ich würde zunächst zur Auseinandersetzung mit einem guten Fachbuch (Mathekings oder Montessorididaktik) raten.  
Wichtig erscheint es mir im Mathebereich ansprechende Materialien für die unterschiedlichen Entwicklungsstufen anzubieten.  
Das Bewusstsein, dass Mathematik auch schon etwas für ganz junge Kinder ist und nicht erst mit den Zahlen anfängt, ist in diesem Zusammenhang bedeutsam.
- Wichtig ist, sich bewusst zu werden, dass man mit ganz einfachem Material den Kindern Mathematik beibringen kann.  
Weiters wichtig ist, dass man Kindern mathematische Tätigkeiten bewusst macht. Das kann bedeuten im Dialog kleine Anregungen geben, damit Kinder zum Beispiel lernen auf Muster zu achten oder im Wald bewusst vergleichen und Ordnungen finden. (Beispiel: Kind findet einen langen Stecken. Anregung der Pädagogin: Gibt es auch noch kürzere, noch längere,...)
- Sich Wissen aneignen: Selber einlesen, ausprobieren, im Internet suchen.

**Kernaussagen:** Aus diesen Aussagen lässt sich zusammenfassend herausnehmen, dass den Fachkräften die Bedeutsamkeit des gehaltvollen Arrangements, des Fachwissens als Voraussetzung für die Vorbereitung der Lernumgebung und Lernbegleitung bewusst ist. Eine Fachkraft nennt auch explizit die große Rolle der Sprache und Kommunikation in der frühen mathematischen Bildung.

Der Unterschied zwischen den erfahrenen Fachkräften und den sich erst neu herantastenden ist, dass erstere schon eine ganz konkrete Vorstellung haben, wie die Umgebung für die Kinder beschaffen sein muss, während die zwei anderen noch sehr mit einer allgemeinen Orientierung beschäftigt sind.

**Frage 15 interessierte sich für mögliche Schwierigkeiten in der mathematischen Lernumgebung.**

Die Hauptschwierigkeit liegt in der guten Begleitung, die durch Zeitmangel aufgrund der starken Kinderanzahl in den Gruppen, aber auch durch Unkenntnis, gefährdet ist. Als Schwierigkeit bezeichnet eine Fachkraft auch die Tatsache, dass beispielsweise Aushilfsfachkräfte kaum die Lernbegleitung in diesem Bereich übernehmen könnten, weil die Voraussetzungen bei den betreffenden dafür fehlen würden.

Eine Fachkraft spricht den allgemeinen Missstand ganz deutlich an:

„Kolleginnen ohne spezielle didaktische Ausbildung können nicht so gut die Lernbegleitung im Bereich Mathematik bieten. Wenn ein eigener Raum mit Fachfrau zur Verfügung stünde, könnte man ganz anders begleiten.“ Als schwierig angesehen wird in einem Kindergarten auch, dass der Raum nach 10.00 Uhr wieder für andere Tätigkeiten zur Verfügung stehen muss.

**Kernaussage:** Lernbegleitung braucht gezielte Weiter- und Ausbildung; ungenügend ausgebildete Fachkräfte, Zeitmangel und Raummangel gefährden die Qualität der Wirkung einer mathematischen Lernumgebung.

**Frage 16 fragte nach den Zukunftswünschen für diesen Bereich.**

Dabei gab es in dreierlei Hinsicht Wünsche:

Eine Ebene der Wünsche betrifft die Strukturebene der Lernumgebung: Wunsch nach Zentrierung der Materialien an einem geeigneten Ort, nach besserer innerer Strukturierung,

die andere Ebene die Weiterentwicklung der Expertinnen auf diesem Gebiet: Austausch und evtl. Filmausschnitt aus „Frühe Bildung in Südtirol“, Sequenz „Mathematik“ als Diskussionsgrundlage verwenden.

Die dritte Ebene betrifft den Wunsch nach Offenheit bei anderen Fachkräften, das Ziel, Eltern Einblick in die Möglichkeiten der mathematischen Lernumgebung zu bieten und die Möglichkeit, allen Kindern die Lernumgebung zugänglich zu machen.

**Kernaussagen:** Hauptwünsche sind Expertinnenaustausch, bessere materielle und strukturelle Einrichtung der Lernumgebung, Neugierde bei allen Fachkräften wecken, Eltern einbeziehen.

**Frage 17 gab den Interviewpartnerinnen die Gelegenheit noch etwas anzubringen, was noch nicht gesagt worden ist.**

Folgende Rückmeldungen bezeugen, dass großes Interesse an Weiterentwicklung da ist.

„Dass mir das Thema wahnsinnig gefällt und dass ich mich genau zum richtigen Werkkreis angemeldet habe.“

„Dass ich nächstes Jahr nicht hier im Kindergarten bin, aber im Werkkreis trotzdem mitarbeiten möchte, weil mich die Thematik und die Suche nach Möglichkeiten, Mathematik und Musik zu verbinden, sehr interessiert.“

**Kernaussagen:** Die Fachkräfte haben Lust auf Wissen, zeigen Eigeninitiative und sind dankbar für die Unterstützung ihrer Professionalität.

### 6.3.2.3 Interpretationen der Kernaussagen

In folgenden Abschnitt werden aus thematisch zusammenpassenden Kernaussagen Ergebnisse gedeutet und gegebenenfalls kommentiert.

#### *Alter der Lernumgebungen- Initiative und Grund der Einrichtung*

Die Mehrzahl der mathematischen Lernumgebungen ist noch nicht ein Jahr alt. Die Initiative zur Einrichtung hatten Fachkräfte mit besonderer Ausbildung, besonderer Fortbildung oder Studium, Anlass ist auch das sprengelinterne Projekt der Öffnung. Der Grund für die Vorbereitung war bei Fachkräften, die schon länger mit der Lernumgebung arbeiten, dass Kinder dadurch besser lernen, weil Fachkräfte sie besser unterstützen können; bei den drei Lernumgebungen, die neu konzipiert wurden, war es hingegen hauptsächlich noch ein äußerer Anlass: der Bildungsauftrag und meine schriftliche Befragung im August 2011.

#### *Quelle des Fachwissens und Vorüberlegungen für die Einrichtung*

Das Fachwissen bzw. Vorwissen der Fachkräfte stammt aus besonderer Ausbildung Montessori - Lehrgang (2x) und Fortbildung (Sprengelübergreifende Fortbildung mit Harder Ingrid), bei Fachkräften, die die Lernumgebung neu arrangiert haben oder gerade dabei sind, dies zu tun, aus Internetrecherche und Besuchen in anderen Kindergärten.

Bei der Einrichtung stellten Fachkräfte im Wesentlichen folgende Überlegungen an:

- Welcher Raum ist geeignet?
- Wie kann Lernbegleitung gesichert werden?
- Wer trägt die Verantwortung für die Materialvorbereitung?

Bei den neuen Lernumgebungen war auch die Namengebung immer ein Thema. Die Begründung war jene, dass der Bereich dadurch bewusster würde und Kinder sich orientieren könnten, was alles dazugehören würde.

### ***Zeitliche Nutzung des Bereichs, Kinderzahl***

Da die Lernumgebung immer in einem Gruppenraum bzw. Funktionsraum ist, nutzen Kinder die Umgebung eigentlich in der Spielzeit regelmäßig und manchmal auch bei gezielten Einführungen und Angeboten in Kleingruppen. In Funktionsräumen ist keine Begrenzung der Kinderzahl vorgesehen, in kleinen Lernumgebungen schon. Die Kinder haben immer die Möglichkeiten zwischen verschiedenen Sozialformen zu wählen.

### ***Ausstattung nach Bereichen der mathematischen Bildung***

Bei der Ausstattung mit Materialien aus den verschiedenen Bereichen mathematischer Bildung (Pfeiler) gibt es zwischen den Lernumgebungen in der Anzahl der bereitgestellten Materialien große Unterschiede. Alle bieten Materialien für Mengen und Zahlen und zum Mustermachen in unterschiedlicher Qualität für die didaktische Reihung sowie Bauen und Konstruieren an. Rar sind gezielte Auseinandersetzungen mit Formen. aber auch Anregungen zum Messen, zur Zeit, Klassifizieren und Sortieren sind nur zum Teil für ergiebige Erkenntnisgewinnung vorbereitet.

### ***Kriterien bei der Auswahl der Materialien***

Die Fachkräfte orientieren sich einerseits an thematischen Einteilungen für die Materialien aus dem Montessorikonzept, die Fachkräfte der neuen Lernumgebungen an den inhaltlichen Kriterien aus den Rahmenrichtlinien und am Interesse der Kinder.

### ***Kriterien für die Anordnung***

Grobe Anordnung nach Themenbereichen ist meistens bewusst. Über die innere Organisation gibt es noch wenig klare Aussagen für ein lernmethodisch geschicktes Arrangement. Die Fotodokumentationen zeigen teilweise auch bestimmte Anordnung nach Anspruchsebenen. Dies scheint jedoch nicht bewusst zu sein.

### ***Einschätzung der Vorteile der Lernumgebung für Kinder und Fachkräfte***

Den Vorteil einer mathematischen Lernumgebung sehen Fachkräfte, die bereits länger mit der Lernumgebung arbeiten darin, dass sie bessere Beobachtungs- und

Unterstützungsmöglichkeiten und die Kinder bessere Vertiefungsmöglichkeiten haben sowie Lernen auf verschiedenen Niveaus gewährleistet ist und die Fachkräfte der neuen Lernumgebungen sehen den Vorteil darin, dass die Materialien den Kindern gefallen, dass sie eine Herausforderung sind, dass sich Kinder dabei groß fühlen können.

Auch bei den Einschätzungen der Lieblingsmaterialien gibt es auf Erfahrung zurückzuführende Unterschiede in der Erklärungsweise. Erfahrene Fachkräfte nennen die Notwendigkeit, Materialien immer wieder zu aktualisieren und gegebenenfalls im Nebenraum oder einem Schrank die nötigen Dinge einsatzbereit aufzubewahren.

***Einschätzung der Lernmöglichkeiten und des Umgangs mit den Materialien  
in der mathematischen Lernumgebung***

Erfahrene Fachkräfte sehen die Rolle der Lernbegleitung als ausschlaggebend für den richtigen Gebrauch der Materialien,

unerfahrene Fachkräfte bemerken, dass die Kinder die Materialien nicht ordnungsgemäß gebrauchen, wissen aber noch nicht so recht, wie sie das verhindern können.

Alle Fachkräfte haben das Bewusstsein, dass Kinder in der Lernumgebung alle mathematischen Basisfertigkeiten erwerben können, falls diese gut mit entsprechenden Materialien ausgestattet ist und die Lernbegleitung die nötige Kompetenz zur Unterstützung hat.

Die wichtige Rolle der Lernbegleitung bei Einführung, Arrangement und Vertiefung der Lernprozesse bei Kindern ist den „mathematisch“ erfahrenen Fachkräften mit Montessoriausbildung oder gezielter mathematischer Fortbildung bewusster als den anderen, die ihre Wissen von Internet, Besuchen, den zwei Werkkreistreffen im Sprengel und geringe Erfahrung mit der Praxis der mathematischen Lernumgebung haben.

***Ratschläge für Kolleginnen, die eine mathematische Lernumgebung einrichten***

Aus den zitierten Aussagen zu Frage 14 lässt sich zusammenfassen, dass den Fachkräften die Bedeutsamkeit des gehaltvollen Arrangements, des Fachwissens als Voraussetzung für die Vorbereitung der Lernumgebung und Lernbegleitung bewusst ist.

Eine Fachkraft kann auch explizit die große Rolle der Sprache und Kommunikation in der frühen mathematischen Bildung nennen.



Erkennen lassen sich auch bedeutsame Unterschiede im Wissen um die entscheidenden Dinge bei der Vorbereitung. Die Zitate eins bis drei stammen von Fachkräften mit besonderer Ausbildung, Fortbildung und Praxiserfahrung in mathematischen Lernumgebungen, die Zitate vier und fünf von auf diesem Gebiet noch Neulingen (S. 179 in dieser Arbeit).

#### ***Bewusstsein von unzureichender Ausbildung***

Die Schwierigkeiten, denen unzureichend ausgebildete Fachkräfte bei der Arbeit in den mathematischen Lernumgebungen begegnen und ihre Auswirkungen, sind den Fachkräften bewusst. Als Lösungen dazu nennen sie gezielte Weiter- und Ausbildung.

#### ***Zukunftswünsche für die Lernumgebung und Weiterentwicklung***

Als Zukunftswünsche nennen erfahrene Fachkräfte Expertinnenaustausch, noch unerfahrene Fachkräfte bessere materielle und strukturelle Einrichtung der Lernumgebung. Wichtige Wünsche sind außerdem: Neugierde wecken bei allen Fachkräften des eigenen Kindergartens und das Einbeziehen der Eltern. Die Fachkräfte untermauern ihre Lust auf Weiterentwicklung durch Zeigen von Eigeninitiative und dem Wunsch nach gezielter Unterstützung durch die Fortbildung in den Werkkreisen.

### **6.3.2.4 Darstellung der Ergebnisse mit Hilfe der Vorüberlegungen**

#### **1) Welche positiven Auswirkungen erhoffen sich die befragten Fachkräfte von der speziell vorbereiteten mathematischen Lernumgebung?**

Die Fachkräfte erwarten sich von mathematischen Lernumgebungen vor allem bessere Beobachtungs- und Unterstützungsmöglichkeiten mathematischer Bildung und Herausforderungen für die Kinder auf verschiedenen Niveaus. Dabei gibt es Unterschiede in den Erwartungen der mit Lernumgebungen erfahrenden, pädagogischen Fachkräfte und derer, die erst damit beginnen.

- 2) **Welche Überlegungen stecken in der Struktur dieser Lernumgebungen?**  
Die erfahrenen Fachkräfte haben ziemlich genaue Vorstellungen davon, wie sie die Lernumgebung für die Kinder gewinnbringend arrangieren können (geordnet, auf Augenhöhe, für alle Entwicklungsniveaus und Bereiche etwas). Unerfahrene Fachkräfte versuchen sich an inhaltlichen Bereichen aus den Rahmenrichtlinien zu halten, haben aber über das „Wie und Was“ noch keine klaren Vorstellungen aufgrund mangelnder Konzeptkenntnisse und Kenntnis geeigneter Materialien.
- 3) **Was sind Auswahlkriterien für die vorhandenen Materialien?**  
Die Auswahlkriterien für Materialien richten sich bei unerfahrenen Fachkräften sehr nach den Bereichen aus den Rahmenrichtlinien, bei den Fachkräften mit Montessoriausbildung eher nach den von Maria Montessori vorgeschlagenen Bereichen und den Möglichkeiten der Kinder.
- 4) **Ist für mehrere Items aus den Rahmenrichtlinien etwas enthalten?**  
Die Bereiche sind, wie oben aus den Ergebnissen der Fragen 7 und 8 ersichtlich, unterschiedlich ausgestattet: Materialien für Maß, Form, Klassifizieren, Reihen und Zeit sind noch nicht gut vertreten.
- 5) **Sind hauptsächlich oder ausschließlich Materialien für den Zahlenbereich vorhanden?**  
Das ist unterschiedlich. Aber das Bewusstsein, dass Mengen und Zahlenkenntnisse wichtige Basiskompetenzen darstellen ist da. Bei Lernumgebungen, die schon länger bestehen, ist dieser Bereich besser bedient als bei den neuen Lernumgebungen.
- 6) **Sind die Aufgaben geschlossen oder lassen sie verschiedene Möglichkeiten zu?**  
Aus der Begehung und der Fotodokumentation kann ich schließen, dass viele

Materialien mit geschlossenem Charakter da sind. Das rührt sicher auch daher, dass zwei Fachkräfte die Montessoriausbildung haben und Basiserfahrungen auf der Ebene eines der mathematischen Erkenntnis mit diesen Materialien sehr gut gemacht werden können. Konzepte, die auch weiterführende Denkanstöße und Ideen zur Steigerung der Problemlösungskompetenz anregen, sind noch nicht sichtbar und scheinbar auch nicht bekannt.

**7) Sind Aufgaben in verschiedenen Schwierigkeitsstufen da?**

Diese Frage kann ich teilweise bejahen.

In drei Lernumgebungen: „Rosslauf“, „Völser Aicha“ und „Feldthurns“, war dies sehr deutlich und auch aufbauend in bestimmten Bereichen (Sortieren, Klassifizieren, Mengen und Zahlen) zu sehen. Die anderen Lernumgebungen waren noch nicht bewusst auf diese Weise strukturiert.

**8) Welche mathematischen Konzepte aus der Literatur oder welche Fortbildung haben die Ausstattung des Bereichs beeinflusst?**

Bei zwei Lernumgebungen bildet das Montessorikonzept den fachlichen Hintergrund: in Völser Aicha sind zusätzlich Materialien aus „Mathe 2000“ vorhanden. Im Kindergarten Rosslauf ist die Lernumgebung zusätzlich mit Ideen von „MATHEkings“ angereichert.

In den anderen drei Lernumgebungen findet sich kein expliziter Hinweis auf ein Hauptkonzept aus der didaktischen Fachliteratur, sondern dort bilden eher die Inhalte der Rahmenrichtlinien die Methode. Im Kindergarten Feldthurns sind auch einige Materialien aus „Mathe 2000“ in die Lernumgebung integriert.

### 6.3.3 Überprüfung der Hypothesen und offene Fragen

Wenn ich die eben beschriebenen Forschungsergebnisse mit meiner Hauptforschungsfrage „Welche strukturell/materiellen Bedingungen und fachlichen Voraussetzungen haben pädagogische Fachkräfte, um mathematische Bildung in einer mathematischen Lernumgebung anzuregen?“ und der Unterfrage, „Nach welchen Gütekriterien, Überlegungen sind bereits bestehende Lernumgebungen eingerichtet? Welche Materialien werden zur Verfügung gestellt?“

in Beziehung setze, so zeigen die Ergebnisse aus den Begehungen und den Interviews, grundsätzlich, dass die Kriterien zur strukturellen Gestaltung und der materiellen Ausstattung sehr variieren und davon abhängig sind, ob die pädagogischen Fachkräfte eine entsprechende Ausbildung und längere Praxiserfahrung mit der Lernumgebung haben oder aufgrund des Auftrags in den Rahmenrichtlinien und des dadurch erwachten persönlichen Interesses, erst seit kurzem handeln.

Es zeigt sich ebenfalls, dass die Nutzung, auch in anderen Kindergärten vorhandener alltäglicher Materialien, für eine systematisch eingerichtete Lernumgebung durch die fachlichen Voraussetzungen gezielter und die materielle Ausstattung gleichzeitig zudem auch variantenreicher ist.

Unkonventionelle, wertvolle Materialien sind aufgrund persönlichen Engagements häufiger vorhanden als in „Kindergärten“ ohne das Bewusstsein der Bedeutung des geschickten Arrangements und der „Fähigkeiten“ der Materialien für die Lernprozesse der Kinder.

Diese Erkenntnisse lenken direkt zur Überprüfung des zweiten Teils der Haupthypothese: „Es ist ein Zusammenhang zu erkennen zwischen Erklärungsweise der praktischen Didaktik und Qualifikation der Fachkräfte (Hintergrundwissen) durch zusätzliche Fortbildungsmaßnahmen.“

Die Kernaussagen aus vorherigem Abschnitt, wie zum Beispiel die konkreten Ratschläge für die Kolleginnen, konnten dazu viele Belege liefern und meine Vermutung bekräftigen.

Teilweise bestätigen konnten die Begehungen der Lernumgebungen und die Durchführung der fünf Interviews auch die Unterhypothese 5:

„Die bestehenden Lernumgebungen orientieren sich noch kaum an der Einteilung der inhaltlichen Bereiche aus den Rahmenrichtlinien.

Die Lernumgebungen sind relativ unsystematisch aufgebaut und für das Lernen in den verschiedenen Bereichen noch dürftig ausgestattet.“

Zur Orientierung an den inhaltlichen Bereichen aus den Rahmenrichtlinien ist Folgendes anzumerken:

Bei drei der fünf befragten Fachkräfte, und zwar jenen, die an den Werkkreisen teilgenommen haben, ist das Bewusstsein der fünf Bereiche mathematischer Bildung nun da und sie machen sich oder sind bereits auf dem Weg.

Insgesamt lassen sich, nur in drei der fünf besuchten Lernumgebungen, schon deutliche Spuren der neuen Bildungsphilosophie und der dazugehörigen mathematischen Inhalte in der konkreten Vorbereitung der Umgebung entdecken.

In zwei Lernumgebungen stammt das Hintergrundwissen von der Ausbildung zur Montessoripädagogin und wird nun allmählich durch die Auseinandersetzung mit den Inhalten aus den Rahmenrichtlinien und anderen didaktischen Konzepten ausgeweitet. Auch hier sind davon erste Spuren, Inhalte und Grundsätze aus den Rahmenrichtlinien abzudecken, zu erkennen, jedoch sind die konkreten Erfahrungsmöglichkeiten der Kinder durch geeignete Materialien bei diesen „neuen Inhalten“ weit geringer als den anderen „klassischen“ der Montessoripädagogik wie Klassifizieren, Sortieren, Menge und Zahl.

Unabhängig vom Kriterium der Bereichsabdeckung gibt es in mehreren Lernumgebungen jedoch einzelne, besonders geeignete Materialien, von denen ich einige in meine abschließende Checkliste integriere.

Meine Vermutung, dass die Lernumgebungen noch relativ unsystematisch aufgebaut sind, lassen sich nur durch die Begehung der drei neuesten Umgebungen bekräftigen. Bei einer dieser neuen Lernumgebungen gibt es für die Materialerstellung und Materialqualität klare Kriterien, für die Anordnung der Materialien aber noch nicht. Zwei Lernumgebungen, in die pädagogische Fachkräfte schon viel Vorbereitungszeit investiert haben, weisen bereits eine ziemlich hohe Systematik auf.

Für die Unterhypothese 6 konnten durch die Besuche und Interviews aussagekräftige Belege ermittelt werden.

„Viele pädagogische Fachkräfte haben wenig fachdidaktisch relevante Kenntnisse (viel Probierhandlung) um eine gute mathematische Lernumgebung einzurichten und eine angemessene Lernbegleitung zu bieten, jedoch Interesse und Einsicht in die Notwendigkeit einer gezielten Weiterbildung diesbezüglich.“

Die Unterschiede in der strukturellen und inhaltlichen Organisation zwischen erfahrenen und ausgebildeten und erfahrenen und nicht speziell ausgebildeten Fachkräften haben dies deutlich zu Tage gefördert.

Zu bedenken für die Verallgemeinerung auf den Sprengel bezogen ist bei diesen Ergebnissen, dass bei den Besuchen die voraussichtlich besseren und vielversprechenden Lernumgebungen ausgewählt wurden und sich deshalb rückschließen lässt, dass andere Fachkräfte im Sprengel noch viel geringere fachliche Voraussetzungen haben, um mathematische Bildung durch eine vorbereitete Lernumgebung zu verwirklichen.

Deshalb bleibt im weiteren Verlauf meiner Forschung zum Stand mathematischer Lernumgebungen eigentlich nur noch die letzte, zu klärende Forschungsfrage 3 offen, die gleich vier Erkenntniswünsche ausdrückt, die in Frageform so formuliert sind:

- „Welchen Zugang zum Bildungsbereich Mathematik haben pädagogische Fachkräfte?
- Welches fachdidaktische Wissen lässt sich erkennen?
- Welche Vorbildung durch Aus- oder Fortbildung haben sie für die Organisation von mathematischer Bildung?
- Welche Wünsche zur Weiterentwicklung sind vorhanden?

Um diese Fragen in einem etwas breiterem Rahmen abzuklären, habe ich von meiner Vorgesetzten Frau Martha Schatzer Delueg die Erlaubnis bekommen, eine Forschung in den Werkkreistreffen zu den Rahmenrichtlinien durchzuführen.

## **6.4 Die Forschungen in den Werkkreistreffen**

Die Forschungen in den Werkkreistreffen sollen vor allem vertiefende Erkenntnisse für die bereits deutlich zu Tage getretene Qualifizierungsnotwendigkeit bringen und die Mängel in den Voraussetzungen der Unterstützung mathematischer Bildung identifizieren und benennen helfen.

Außerdem sollen auch die Wünsche und Erwartungen der Fachkräfte selbst erhoben werden, damit ein Vergleich zwischen Fremdeinschätzung der Qualifizierungsnotwendigkeit und Selbsteinschätzung des Qualifizierungsbedarfs gemacht werden kann.

### **6.4.1 Forschungsziele und Wahl der Methoden**

Damit der erste Teil der Forschungsfrage 3: „Welchen Zugang zum Bildungsbereich Mathematik haben pädagogische Fachkräfte und welches fachdidaktische Wissen lässt sich erkennen?“ beantwortet werden konnte, führte ich mit 17 interessierten Fachkräften aus dem Kindergartensprengel, die sich zur Weiterentwicklung ihrer Kompetenzen in der Bildungsvision „Lernende, forschende und entdeckungsfreudige Kinder“ gemeldet hatten, eine Erkundung von Materialien aus einer vorbereiteten mathematischen Lernumgebung durch. Diese Erkundung erfolgte im Rahmen des Werkkreistreffens am 13. März 2012 im Kindergarten Feldthurns.

Die Wahl der Forschungsmethode fiel auf videogestützte, teilnehmende Beobachtung. Bei der Analyse und Auswertung des Datenmaterials halfen mir, neben dem genauen Studium der Videoaufnahmen, zusätzlich die schriftlichen Notizen, die die Fachkräfte während des Erkundungsauftrags niedergeschrieben haben.

Für die Beantwortung des zweiten Teils der Forschungsfrage 3:

„Welches Vorwissen durch Aus- oder Fortbildung haben die Fachkräfte für die Organisation von mathematischer Bildung?“ fällt die Wahl auf eine schriftliche Kurzbefragung im Rahmen des zweiten Werkkreistreffens.

Den dritten und letzten Teil der Forschungsfrage „Welche Wünsche zur Weiterentwicklung sind vorhanden?“ beantworte ich durch die Erhebung der Bedürfnisse und Wünsche mittels Moderationsmethode beim ersten Werkkreistreffen.

Mit diesen drei Fragestellungen erhalte ich ganz unterschiedliche Ebenen der Standortbestimmung des Weiterentwicklungsbedarfs:

- Die videobasierte Beobachtung der Materialerkundung zielt auf die möglichst objektive Fremdeinschätzung des Fachwissens aufgrund der fachlichen Notwendigkeiten für gute Lernbegleitung.
- Die Erhebung der Wünsche ermittelt den subjektiven Bedarf aufgrund des Kenntnisstandes der Teilnehmerinnen und
- die schriftliche Kurzbefragung gibt Aufschluss über die formale Ausbildung und der daraus zu erwartenden Voraussetzungen.

An die einzelnen Ergebnisse dieser Forschungseinheit schließt sich eine Zusammenschau an, um ein Gesamtbild des Weiterentwicklungsbedarfs aus verschiedenen Perspektiven zu erhalten.

### **6.4.2 Die videobasierte, teilnehmende Beobachtung**

Eine Besonderheit der Videoaufzeichnungen besteht darin, dass sie z. B. gegenüber Tonbandaufzeichnungen den Vorteil haben, auch Informationen über visuelle Phänomene (z. B. Raum, Interagieren der einzelnen Personen) zugänglich zu machen.

Der Einsatz von Film und Videotechnik in der Sozialwissenschaft ist eng verknüpft mit der Methode der Verhaltensbeobachtung. Ohne die Videotechnik wäre die Verhaltensbeobachtung ausschließlich davon abhängig, was der Beobachter in der kurzen Zeit, in der ein Verhalten andauert, sich von diesem Verhalten merken kann.

Thiel (2011) stellt sich in diesem Zusammenhang die Frage, worin sich die Wahrnehmung eines Geschehens durch ein Subjekt von der technischen Fixierung desselben Geschehens durch die Kamera unterscheidet.

Verkürzt kann seine Erklärung folgendermaßen formuliert werden: Während das Subjekt das Geschehen nicht abbildet, sondern mit seinem kognitiven System rekonstruiert und



somit assimiliert bevor es das Geschehen in Form einer externen Verschriftlichung fixieren kann, ist es ein Vorteil der Kamera, dass der Fixierungsprozess ein technischer Abbildungsprozess ist und die Auswertung somit von der Fixierung getrennt werden kann (vgl. Thiel 2011 S. 794f).

Daraus ergeben sich methodische Konsequenzen und Vorteile für die Auswertung:

„Die videotechnische Fixierung wird als Abbild des Ereignisses zum eigentlich wahrgenommenen Ereignis. Dieses liegt als ikonisch äquivalente Kopie vor. Kategoriensysteme können jetzt a posteriori bezogen auf das fixierte Verhalten in einem deduktiv- induktiven Verfahren entwickelt werden, was die Validität der Kategorien bezogen auf das auszuwertende Verfahren wesentlich erhöht“ (Thiel 2011, S. 795).

Selbstverständlich nimmt auch das Subjekt das fixierte Geschehen zunächst nicht anders wahr als das originale Geschehen auch, es kann aber das Geschehen mehrmals wahrnehmen und hat damit die Möglichkeit Neues zu entdecken und zu erkennen, dass sein System an Kategorien nicht ausreicht, um das Geschehen vollständig zu verstehen. Es kann dann ein Prozess beginnen, der dazu führt immer differenziertere Kategorien zu entwickeln und das Geschehen in immer feinere Phänomene aufzulösen. Mit Videotechnik kann also das fixiert werden, was vom Forschenden zunächst noch nicht assimilierbar ist, also noch nicht verstanden worden ist (vgl. Thiel 2011, S. 795).

### **6.4.3 Die Stichprobe**

Die 17 Teilnehmerinnen am Werkkreis sind pädagogische Fachkräfte aus dem Kindergartensprengel Brixen, die sich freiwillig zur Weiterentwicklung ihrer Kompetenzen für den Werkkreis „Lernende, forschende und entdeckungsfreudige Kinder“ gemeldet haben. Es ist anzunehmen, dass sie Interesse, jedoch kaum wirkliches Wissen darüber haben, was von mathematischer Bildung im neuen Bildungsplan erwartet werden könnte. Alle Fachkräfte dieser Gruppe haben mehr als zehn Dienstjahre und nur einzelne einen höheren Studienabschluss. Die Fachkräfte wurden erst zu Beginn der Fortbildung gefragt, ob sie einverstanden sind, die Materialerkundung und

Materialvorstellung mit Video aufzeichnen zu dürfen. Das Einverständnis durch die Vorgesetzte wurde natürlich schon vorher eingeholt.

Ziel der Arbeit in den Werkkreisen ist es, mit den Bildungsfeldern aus dieser Bildungsvision näher vertraut zu werden und entsprechende Kompetenzen zur Umsetzung allmählich zu entwickeln.

Die Werkkreisbegleiterinnen selbst, Pramstrahler Hildegard und Fischnaller Sabina sind engagierte Kindergartenleiterinnen, die ein besonderes Interesse, und aufgrund von Aus- und Fortbildung, Grundkenntnisse für die Inhalte in diesem Werkkreis haben. Beide sind aber auch noch selbst Suchende und entwickeln sich gern im Austausch mit anderen weiter. Die Vizedirektorin Frau Martha Schatzer Delueg ist bei den Werkkreisen als interessierte Teilnehmerin und Beobachterin zeitweise anwesend.

#### **6.4.4 Rahmenbedingungen für die Materialerkundung im Werkkreis**

Die Materialerkundung fand im Rahmen des 1. Werkkreistreffens am 13. März 2012 im Kindergarten Feldthurns von 16.00 Uhr bis 18.15 Uhr statt.

Als Fortbildungsraum wählten wir Werkkreisbegleiterinnen einen ausreichend großen Raum mit freier Bodenfläche und der Möglichkeit, die Materialien ansprechen zu präsentieren. Die Lernumgebung „Lernort Mathespaß“ (vgl. Abschnitt 6.3.2.1 in dieser Arbeit), die sich in diesem Raum befindet, wurde beim ersten Werkkreistreffen für den Zweck der Forschung zugedeckt. Ausgewählte Materialien, die zum Teil aus der mathematischen Lernumgebung „Lernort Mathespaß“ stammen und teils aus der Lernumgebung im Montessorikindergarten mitgebracht wurden, bildeten die arrangierte Lernumgebung für die Fachkräfte, die wir bis zur Pause des Werkkreises mit einem Muster aus aufeinanderfolgenden Tüchern in drei Farben zudeckten, damit verschiedene Vorgespräche nicht die Erkundungssituation beeinflussen konnten.

Die Materialerkundung und Präsentation der erkundeten Möglichkeiten durch die Teilnehmerinnen fand nach der Pause von 17.00 Uhr bis 18.00 Uhr statt. Die Forschung war in folgenden Programmablauf eingebettet:

- Begrüßung und kurze Einführung durch Textstelle aus den Rahmenrichtlinien, Vorstellungsrunde mit Offenlegung der Motivation und Präferenzen bzw. Abneigungen zu Teilbereichen der betreffenden Bildungsvision
- Sammlung von Erwartungen an die Arbeit in den Werkkreisen in Kleingruppen
- PAUSE
- Vorstellung des Spiels „Rot gegen Blau aus dem Frühförderprogramm „mathe 2000“
- Erkundung der Materialien aus der eigens für diese Teilnehmerinnen arrangierten Lernumgebung
- Vorstellung der gefundenen Möglichkeiten mathematischer Bildung, die das Material bietet
- Bestimmung des Lieblingsmaterials
- Ausblick, bzw. Grobplanung für nächstes Treffen und Arbeitsauftrag (Material oder Anregung für mathematische Bildung vorstellen)

### **6.4.5 Materialauswahl**

**Für die Materialauswahl waren folgende Kriterien leitend:**

- Materialien für alle unterschiedlichen Bereiche mathematischer Bildung
- Materialien für verschiedene Entwicklungsniveaus
- Materialien mit offenem Charakter und geschlossenem Charakter
- Materialien aus verschiedenen didaktischen Konzepten früher mathematischer Bildung
- Wenige Materialien aus dem Bereich Mengen und Zahlen, damit die Teilnehmerinnen Mathematik nicht nur in Verbindung mit diesem Bereich wahrnehmen.

**Folgende Materialien kamen zum Einsatz:**

***Bereich Sortieren und Klassifizieren:***

Sortiermaterial zum Zuordnen nach Farben

Krimskramskorb zum Kategorien bilden

***Bereich Muster und Reihenfolgen***

Matruskas

Glas mit verschiedenen Knöpfen

Korb mit unterschiedlichen Stöckchen

***Bereich Maß und Zeit***

Gewichtsbären in 6 verschiedenen Farben und Balkenwaage

***Bereich Raum und Form***

Schmetterlingspuzzle mit Dreiecken in drei Farben

Box mit Dreiecken und Rechtecken

***Bereich Mengen Ziffern Zahlen***

Würfel und Bälle

Zahlen bis 20 und ein Körbchen mit Glasnuggets

***Bereich Materialien aus didaktischen Konzepten***

Löffelübung zum Verteilen auf verschiedene gleiche Gefäße (Montessorimaterial)

Kleine numerische Stangen (Montessorimaterial)

Eine große Menge Eislöffel (Kerensa Lee)

Rot gegen Blau („mathe 2000“)

Gewichtsbären in 6 verschiedenen Farben (Mathekings)

Grundsätzlich lassen sich die Materialien in zwei Typen einteilen:

solche, bei denen ein klares Ziel ersichtlich ist und es bei komplexeren Materialien dann eine gezielte Einführung braucht und Materialien mit eher offenem Charakter, die von

vornherein ganz unterschiedliche Möglichkeiten zulassen und zu Fragestellungen und Möglichkeiten animieren.

Diese Unterscheidung ist deshalb wichtig zu erläutern, weil beide Typen unterschiedliche Kompetenzen von der Fachkraft erfordern.

<b>Materialien mit offenem Charakter</b>	<b>Materialien mit geschlossenem Charakter.</b>
Gewichtsbären und Balkenwaage	Rot gegen Blau („mathe 2000“)
Eine große Menge Eislöffel	Kleine numerische Stangen
Zahlen bis 20 und ein Körbchen mit Glasnuggets	Löffelübung zum Verteilen
Würfel und Bälle	Schmetterlingspuzzle mit Dreiecken in drei Farben
Box mit Dreiecken und Rechtecken	Matruska
Glas mit verschiedenen Knöpfen	Sortiermaterial zum Zuordnen nach Farben
Korb mit unterschiedlichen Stöckchen	
Krimskramskorb	

#### **6.4.6 Kriterien zur Einschätzung von Voraussetzungen pädagogischer Fachkräfte für Lernbegleitung**

Damit eine wissenschaftliche Auswertung von videobasierter Beobachtung möglich ist, müssen nach wiederholter Sichtung des produzierten Datenmaterials und den theoriegeleiteten Vorkenntnissen der Forscherin, Kategorien entwickelt werden, aufgrund derer die selektive Auswertung erfolgen kann.

Natürlich kann meine Forschung nicht alle Anforderungen an Lernbegleitung einschätzen, sondern zielt darauf ab herauszufinden, ob es Hinweise darauf gibt, dass Fachkräften die Ebenen des Aufbaus mathematischen Verständnisses bewusst sind, und ob sie möglicherweise bereits ausreichend über Material- und Konzeptkenntnisse verfügen, um auch komplexere Lernprozesse anleiten und anregen zu können.

Zum besseren Verständnis meines theoretischen Hintergrundes und den daraus abgeleiteten Kategorien ist es an dieser Stelle noch einmal angebracht, die Ebenen des

Aufbaus mathematischen Verständnisses zu vergegenwärtigen, weil das Wissen um sie, sich in konkreten Handlungen und Ausdrucksweisen qualifizierter Fachkräfte zeigt.

Ebenen der frühen mathematischen Bildung:

- „Mathematische Grunderfahrung
- Sprachlicher Ausdruck und
- Vertiefung des Verständnisses“ (Fthenakis 2009, S. 14).

Die drei Ebenen sind innerhalb eines Bereichs (z.B. Muster und Reihenfolgen) jeweils miteinander verzahnt und bauen aufeinander auf:

Auf der Ebene der mathematischen Grunderfahrungen sammeln Kinder zunächst sinnesbasierte Erfahrungen in jedem Bereich der elementaren mathematischen Bildung.

Auf der zweiten Ebene knüpft die Stärkung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit an, indem Kinder dazu angeregt werden, ihre Erfahrungen und Ideen sprachlich zu formulieren und auszutauschen.

Auf der dritten Ebene geht es dann darum, mathematische Fragen, Phänomene und Lösungsideen sprachlich genau auszudrücken (vgl. ebd. 2009, S. 14f).

Im Abschnitt 3.1 dieser Arbeit habe ich bereits ausführlich beschrieben, dass Kinder im Kindergarten auf die dritte Ebene gelangen können, wenn sie die Möglichkeit haben, durch professionell gestaltete Lernumgebungen und geschickte Interaktion mit der begleitenden Fachkraft, die erste und zweite Ebene auf vielfältige Weise zu durchlaufen.

Voraussetzung bei der Fachkraft ist, dass sie selbst um die elementaren und komplexeren Erfahrungsmöglichkeiten durch das Material weiß und diese Möglichkeiten auch mit Sprache exakt ausdrücken kann.

Außerdem ist bedeutsam, dass sie die wichtige Rolle der Sprache kennt, um Kinder auf die zweite und dritte Ebene führen zu können.

Wenn Erwachsene nur Materialien zur Verfügung stellen und Kinder ohne sprachliche Begleitung lassen, bleiben sie auf der Ebene der Grunderfahrungen stehen und entwickeln die Möglichkeiten auf der zweiten und dritten Stufe nicht.

Professionelles Verhalten zeigt sich deutlich im Umgang mit dem Material. Wenn Fachkräfte schon Wissen für mathematische Bildung haben, zeigt sich dies in der

Herangehensweise der Erkundung. Kompetente Fachkräfte gehen gezielt heran und zeigen dann eher am Ende Probierhandlungen, um weitere Möglichkeiten zu entdecken, Fachkräfte mit wenig Erfahrung zeigen schon zu Beginn Probierhandlung.

Auch in der Art der gefundenen Möglichkeiten lassen sich die Unterschiede zwischen fachlich kompetenten und Fachkräften mit wenig Hintergrundwissen identifizieren.

Während erstere mit exakten Ausdrücken Tätigkeiten und auch dahinterliegende Ziele benennen, bleiben Fachkräfte mit wenig Wissen beim Anführen der Tätigkeiten.

Professionalität zeigt sich auch durch Aussagen hinsichtlich möglicher Differenzierungsmöglichkeiten der Aufgaben im Material, damit es für verschiedene Niveaus angepasst werden kann.

Zudem zeigt sich Fachkenntnis weiters darin, ob Fachkräfte mit Materialien aus didaktischen Konzepten umgehen können oder ob sie bei der Erkundung dieses Materials ohne klares Konzept herumprobieren.

Aufgrund dieser Argumentation formuliere ich folgende Kriterien, um Qualifizierungsebenen der Fachkräfte bei der Materialerkundung einzuschätzen und eventuellen Unterstützungsbedarf konkretisieren zu können.

### **Kriterien für die Einschätzung der Voraussetzung zu Lernbegleitung bei pädagogischen Fachkräften**

1	<b>Zugangsweise bei der Erkundung geschlossener Materialien:</b> ungezielt herumprobierend oder mit klarem Konzept
2	<b>Sichtbarkeit von Konzeptkenntnissen:</b> Probierhandlung oder klare Ideen
3	<b>Inhaltliche, sprachliche Darstellung der Möglichkeiten des Materials:</b> Fachausdrücke, differenzierte Beschreibung, Wissen um die Rolle der Sprache
4	<b>Art der Möglichkeiten:</b> Werden nur Tätigkeiten ausgedrückt oder werden auch die dahinter oder dazwischen liegenden Entwicklungsschritte (Ziele) im mathematischen Lernprozess benannt. (z. B. nur „Zählen lernen“ oder „Menge und Symbol verbinden“, oder nur „nach Farben und Formen sortieren“ oder auch „Kategorien bilden“.

### 6.4.7 Durchführung der Materialerkundung

Nach der Pause stellte ich den Teilnehmerinnen zunächst das Spiel „Rot gegen Blau“ aus der Frühförderung „mathe 2000“ vor, um die Anspannung aufgrund der Videoaufnahme zu reduzieren. Damit wir das Spiel auch in der Kreismitte spielen konnten, bereitete ich es in Großformat vor und bat nach kurzer Erklärung zwei Freiwillige, es in der Mitte sichtbar durchzuspielen. Außer uns zwei Werkkreisbegleiterinnen war das Spiel niemandem bekannt. Es begeisterte allerdings sofort und brachte eine offene Stimmung für die eigentliche Erkundung im Anschluss.

Alle Materialien waren schön geordnet und sichtbar am Fensterschrank ausgestellt, Teppiche zum Spielen auf dem Boden bereit, die Kamera in Startposition.

Der Auftrag für die Fachkräfte lautete: „Findet heraus, welche Möglichkeiten mathematischer Bildung das Material zulässt. Erkundet und macht Notizen, damit ihr sie anschließend der Gruppe vorstellen könnt.“

Der Zeitrahmen für die Erkundungen wurde mit 30 Minuten angekündigt. Die Fachkräfte hatten die Möglichkeit allein, zu zweit oder auch zu dritt ein Material pro Teppich auszuwählen und zu erkunden.

Weil sich großes Interesse entwickelte, wurden noch 10 Minuten Zeit dazugewährt. Anschließend stellte jeweils eine Fachkraft die Ergebnisse aus der Partnerarbeit vor. Bei der anschließenden Kür des Lieblingsmaterials waren zwei Materialien, die, wie nachstehend noch erläutert wird, Unsicherheit verursachten, in der Beliebtheitsskala neben dem Würfelspiel ganz oben. Leider hatten wir aus Zeitgründen nicht mehr Gelegenheit, der Sache auf den Grund zu gehen. Ich vermute aber, dass diese Materialien bei den Teilnehmerinnen die Neugier auf „mehr“ geweckt haben.



### 6.4.8 Beobachtungen und Interpretation

Alle Fachkräfte nutzten die Chance zwei bis drei der Materialien intensiv zu erkunden. Grundsätzlich konnte ich keine großen Berührungängste erkennen.

#### Numerische Stangen und „Große Menge Eislöffelchen“



Abb. 36: Große Menge Eislöffelchen

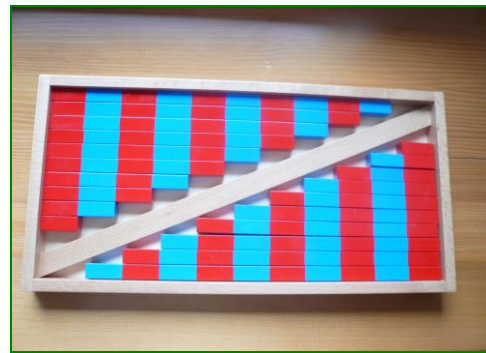


Abb. 37: Numerische Stangen

Dies sind zwei Materialtypen, welche die meisten Fachkenntnisse verlangen. Dementsprechend zurückhaltend war auch der Andrang bei diesem Material.

Geschlossene Aufgaben wie die numerischen Stangen setzen didaktische Vorkenntnisse voraus und offenes Material wie es die große Menge Eislöffelchen es sind, verlangen, neben dem dekorativen und sinnlichen Wert des Materials, darin auch den strukturellen Charakter für mathematische Bildungsprozesse erkennen zu können.

Insgesamt sechs mutige Teilnehmerinnen wählten diese beiden Materialien zwar aus, beschäftigten sich aber sehr suchend und experimentell. Es war sehr wenig Ziel gerichtetes und didaktisch sinnvolles mathematisches Tun und Ordnen dabei zu erkennen. Bei den numerischen Stangen war auch der sprachliche Ausdruck nicht angemessen. Die Teilnehmerinnen sprachen von den Pyramiden oder konnten z. B. auch den Begriff Abschnitt nicht anwenden, der bei Konzeptkenntnis unbedingte Voraussetzung wäre, um eine Einführung in dieses elementare Material der montessorianischen Arithmetik zu machen.

Die Möglichkeiten beschränkten sich rein auf Tätigkeiten, z. B. (Pyramide liegend, Turm stehend, Memory, Muster machen, zählen, Stäbe „watten“). Nie wurden die didaktischen Möglichkeiten erwähnt: z.B. den Zahlenraum 10 kennenlernen, den Zahlenbegriff zu festigen, zu bemerken, dass der Abstand zwischen zwei Zahlen immer gleich bleibt,...).

Daraus lässt sich interpretieren, dass die Fachkräfte bei diesem Material sehr geringe didaktische Voraussetzungen haben, mit Kindern weiterführende Lernprozesse zu unterstützen und weitergedacht, dass der Großteil der Fachkräfte in diesem Werkkreis keine fundierten Kenntnisse haben, um mit komplexeren Montessorimaterialien als den „Übungen des täglichen Lebens“ zu arbeiten.

Bei Erkundung der großen Menge „Eislöffelchen“ stand eher der sinnliche Aspekt (eintauchen) und der dekorative Aspekt (Blume legen) im Vordergrund. Dies sind genau die zwei Themenbereiche, die laut Kerensa Lee, der Erfinderin dieser Methode auch Kinder zu Beginn durchlaufen, wenn sie einer großen Menge gleichen Materials begegnen.

Das bedeutet, dass die Teilnehmerinnen in ihrem Handeln und auch in den danach vorgestellten Möglichkeiten (sortieren, stapeln) nur die elementare Ebene der Grunderfahrungen erfasst haben und keine theoriegestützte Konzeptkenntnis diesbezüglich aufweisen. Es wurde auch kein Hinweis gegeben, Kinder eventuell darin zu unterstützen, die Formen oder Muster, die sie gelegt haben zu benennen oder zu beschreiben. Dass in der Mathematik also auch die Sprache eine große Rolle spielt, scheint diesen Fachkräften nicht bewusst zu sein.

### Box mit Dreiecken



Abb. 38: Box mit Dreiecken



Abb. 39: Formen mit Dreiecken

Zwei Teilnehmerinnen beschäftigten sich mit diesem Material. Zügig fanden sie Möglichkeiten und notierten. Sie berichteten im Anschluss, das Material habe sie sehr inspiriert. Sie hätten sich wie Architektinnen gefühlt. Die gefundenen Möglichkeiten wurden auch sprachlich sehr differenziert ausformuliert und bezogen sich vorwiegend auf

den geometrischen Aspekt, hatten aber auch Vorschläge, um den numerischen Bereich mit hereinzunehmen: Erfahrungen mit Schwerkraft und Stabilität, Gebäude darstellen-Architektur, verschiedene Ansichten von gleichen Formen erkennen, geometrische Formen legen, Teile einer Großfläche erkennen, Flächen ergänzen, Mengen erkennen, Fantasie anregen, Lösungsvorschläge selbst finden.

In dieser Videosequenz ließ sich erkennen, dass beide Fachkräfte klare Ideen von den Inhalten mathematischer Bildung haben. (Eine Fachkraft war auch Interviewpartnerin in einer Lernumgebung, die ich im vorhergehenden Forschungsteil beschrieben habe, eine Fachkraft hat einen höheren Studienabschluss).

Nicht genannt worden ist aber auch hier der sprachliche Aspekt. Begriffsbildung wäre hier gut möglich, ebenso über das Dargestellte berichten und eine weiterführende Idee im Bereich Geometrie: das Gebaute skizzieren oder umgekehrt zuerst skizzieren und dann bauen.

### Würfel und Bälle

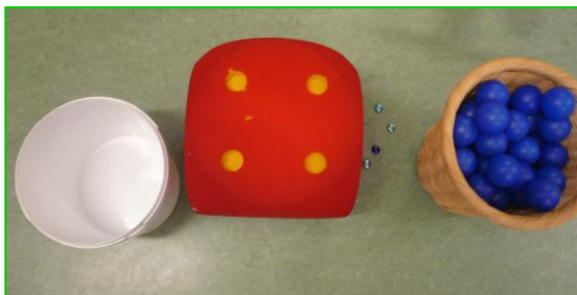


Abb. 40: Würfel und Bälle

Zwei Teilnehmerinnen wählten dieses Spiel und wussten zuerst nicht, was damit anzufangen sei. Sie fragten bei mir nach und ich gab eine kurze Anleitung. Anschließend probierten sie, die Möglichkeiten des Materials zu erkunden.

Sie konnten die grundlegenden mathematischen Möglichkeiten, die diese Spiel bietet erkennen: Erkennen der Augenzahl des Würfels, zählen (Punkte) und abzählen (Bälle). Sie fanden eine Differenzierungsmöglichkeit bezüglich Schwierigkeit, die aber nur indirekt für die Mathematik relevant ist: verschiedene Entfernungen zum Werfen.

Mathematisch relevante Differenzierungen wären zum Beispiel: die gewürfelte Augenzahl und immer noch zwei dazu in den Kübel zu werfen oder einen zweiten Würfel dazunehmen und dann die Würfelaußen zusammenzählen.

Auch bei diesen Teilnehmerinnen kann man erkennen, dass sie bei elementaren Erfahrungen unterstützend wirken können, wenn sie das Material dazu vorfinden und die entsprechende Anleitung dazu haben. Es zeigt sich zwar, dass ihnen dieses Material sehr

gefällt und dass sie es für ihren Kindergarten einrichten werden, weil das den Kindern auch gefallen wird. Ich denke aber nicht, dass sie dahinterliegendes Wissen haben, ihnen zum Beispiel bewusst ist, dass die strukturierte Anzahlerfassung, die mit diesem Spiel trainiert wird, eine Voraussetzung für einen fundierten Zahlenbegriffsaufbau ist.

### Schmetterlingspuzzle mit Dreiecken in drei Farben



Abb. 41: Schmetterlingspuzzle

Vier Fachkräfte haben dieses Spiel gewählt und intensiv ausprobiert.

Da das Material deutlich anzeigt, was das Ziel dabei ist, nämlich den Schmetterling mit Dreiecken auszufüllen, hatten die Fachkräfte keine Schwierigkeiten, Möglichkeiten zu suchen und sie fanden eine Fülle: Geometrische: Formen kennenlernen, sortieren, zählen, Fläche ausfüllen, Muster legen, in Partnerarbeit eine Seite vorlegen, die andere Seite gleich nachlegen.

Auch hier ist wieder zu erkennen, dass sie kaum Anregungen für die zweite Stufe mathematischen Verständnisses, für die Beschreibung und Begriffsbildung berücksichtigen: z.B. Farben benennen, Muster beschreiben, den Begriff Symmetrie verwenden, Muster sprachlich vorgeben und die Kinder führen die Folge aus oder umgekehrt, die Kinder legen ein Folge und die Fachkraft muss das Muster erkennen.

## Bunte Knöpfe



Abb. 42: Bunte Knöpfe

Zwei Fachkräfte beschäftigen sich lange (15 Minuten) mit den Möglichkeiten dieser arrangierten Knopfschachtel. Eine Fachkraft wirkt eher hilflos, während die andere zügig Möglichkeiten ausprobiert und notiert. Bei der Vorstellungsrunde gelingt es ihnen sehr differenzierte Möglichkeiten zu nennen: Sortieren nach Farben und Größe, Muster, Reihe, Reihenfolge, Mengen bilden, Würfelbilder legen, Reihen bilden von 1 bis 10, Türme bauen bis der Turm umfällt und dann die Knöpfe zählen, Formen legen.

Aus dieser Beobachtung kann man sich bei einer Fachkraft ganz deutlich auf eine vertiefte Kompetenz für Lernbegleitung schließen. Sie hat alle mathematisch relevanten Möglichkeiten gefunden und auch treffend benannt. Sogar eine Möglichkeit, um Erfahrungen mit Wahrscheinlichkeit bei Knöpfen sinnvoll auszuprobieren war dabei. Nicht bewusst scheint auch diesen Teilnehmerinnen, dass die Sprache immer mit der Mathematik Hand in Hand gehen muss. Zu der Tätigkeit ein Muster oder eine Reihenfolge zu legen, muss immer die Beschreibung folgen oder das Erkennen und Weiterführen eines Musters, um vertieftes mathematisches Verständnis aufzubauen.

## Korb mit unterschiedlichen Stöckchen



Abb. 43: Korb mit unterschiedlichen Stöckchen

Das Spiel mit den 16 unterschiedlichen Holzstöckchen wurde auch von diesen zwei Fachkräften ausprobiert. Es zeigte sich aufgrund des ähnlich offenen Charakters dieser Spiele, dasselbe Bild, wie eben beschrieben. Eine pädagogische Fachkraft fand eine Möglichkeit nach der anderen, die andere wirkte eher zurückhaltend. Vielleicht ist diese Zurückhaltung

deshalb da, weil sie zu Beginn der Fortbildung angekündigt hat, zwar Interesse, aber selbst sehr schlechte Erfahrungen mit Mathematik gemacht zu haben.

Da in diesem Materialbeispiel keine neuen Belege mehr zu erwarten sind, führe ich es nicht weiter aus.

### Zahlenmatten und Glasnuggets



Abb. 44 und 45: Zahlenmatten und Nuggets

Das Material besteht auch 20 Zahlenmatten und einer Glasschüssel mit hellblauen Glasnuggets. Drei Fachkräfte beschäftigten sich eingehend mit diesem Material.

Sie probierten eher ungezielt herum, schätzten das Material auch als zu schwierig für den Kindergarten ein und wollen als Hilfestellung auf den Zahlenmatten unbedingt auch strukturierte Anzahlen in Form von Würfelaugen haben, damit die Kinder die Menge zuordnen können. Sie forderten auch den Punkt bei der Sechs und bei der Neun, damit die Kinder die beiden Ziffern besser auseinanderhalten können.

Ansonsten nennen sie viele allgemeine Möglichkeiten, die die Lernprozesse selbst fördern: mathematisches Interesse, Konzentration und Aufmerksamkeit, Feinmotorik, Sprache. Sie nennen auch Zählen lernen und Zahlen, sowie einstellige und zweistellige Zahlen unterscheiden, die Zweier- und die Dreierreihe unterscheiden.

Bei dieser Erkundung und dem wiederholten Studium des Videos, werde ich die Vermutung nicht los, dass die drei Fachkräfte mit der Thematik Mengen und Ziffern bzw. Menge und Symbol vollkommen überfordert sind. Bekräftigt wird diese Vermutung auch noch dadurch, dass sie zuerst das Material als zu schwierig einstufen, dann aber als Möglichkeit das Unterscheiden der Zweier- und Dreierreihe in Betracht ziehen. Außerdem können sie sich nicht vorstellen, wie die Kinder mit anderen Materialien unterstützt werden können, um zu diesem Abstraktionsgrad bereits im Kindergarten zu kommen. Eine weitere Frage macht ihre Planlosigkeit deutlich. Sie schlagen vorsichtig

vor, nur 10 Zahlenmatten zu nehmen. „Ja, natürlich, geht das“ habe ich geantwortet, „auch nur drei sind möglich; das Material ist lose.“ Hier ist auch vielleicht ganz deutlich zu erkennen, dass die Fachkräfte mit der eigenen Materialherstellung überfordert sind und dass sie in dieser Richtung Unterstützung brauchen.

### Gewichtsbären und Balkenwaage

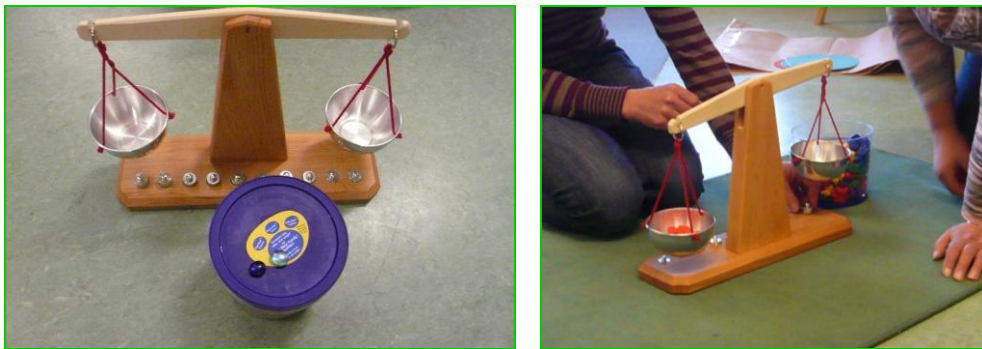


Abb. 46 und 47: Balkenwaage und Gewichtsbären

Zwei Zweiergruppen von Fachkräften haben dieses Material auf seine Möglichkeiten hin untersucht. Dabei hat eine Gruppe zuerst die Möglichkeit der Bären selbst untersucht, während die andere Gruppe sofort Gewichtsbären, Gewichte und Balkenwaage miteinander verwendet haben.

Bei den Gewichtsbären wurden elementare Möglichkeiten gefunden: Sortieren nach Größe, nach Farbe, Familien bilden, Abzählen der Bären und Familien.

Keine Idee hatten die Fachkräfte bezüglich Reihenbildung und Muster erkennen.

Beim Wiegen mit den Gewichtsbären hat eine Gruppe herausgefunden, dass Kinder lernen können, wie die Gewichte der Waage funktionieren und dass die Gewichte auf der einen Seite mit der Menge der Bären auf der anderen Seite ausgeglichen werden muss. Entdeckt haben sie nicht, dass die Gewichtsbären untereinander auch eine Gewichtsbeziehung haben, obwohl alle Kindergärten genau dieses Material mit der Balkenwaage durch die Finanzierung des Kindergartensprengels im Kindergarten zur Verfügung haben. Mutter und Kind wiegen gleich viel wie Vater allein, drei Bären wiegen gleich viel wie Vater und zwei gleich viel wie Mutter. Das wären sehr ergiebige Vergleichs-, Rechen- und Messprozesse, wenn das Verständnis der Fachkräfte selbst da wäre.

## Sortierschale (Krimskrams) und Farbsortierspiel



Abb. 48: Sortierschale (Krimskrams)



Abb. 49: Farbsortierspiel

Diese beiden Materialerkundungen beschreibe ich bewusst zusammen, da sie Gemeinsamkeiten aufweisen. Der Unterschied zwischen den Aufgaben in den Materialien besteht nur ist darin, dass beim Farbsortierspiel mit den Moosgummiplatten ein Hinweis zur Kategorisierung da ist, bei der Krimskramsschale gibt es keine Anleitung diesbezüglich.

Die Fachkräfte beider Gruppen fanden grundlegende Kategorien wie Farbe, Form, Materialtyp, Größe. Bei der Vorstellung der Möglichkeiten nannten sie diese Kategorien, verwendeten aber nicht den Begriff unterschiedliche „Kategorien bilden“, sondern beschrieben einfach: „Sortieren nach Farbe, nach...“ Auch hier kam kein Vorschlag, die Tätigkeit des Kategorisierens in Sprache zu fassen oder anschließend an das Sortieren Muster zu legen und zu beschreiben oder Muster vorzugeben und Kinder die Ordnung darin erkennen zu lassen.

## Matruskas



Abb. 50: Matruskas

Bei der Erkundung des Materials „Matruskas“ sind wieder Parallelen mit anderen Erkundungen zu finden. Die Fachkräfte finden einfache Möglichkeiten, vermögen aber nicht Reihenbildungen und andere Musterbildungen als die naheliegende zu finden. Bei der Vorstellung in der Gruppe



kommt von einer anderen Fachkraft die Idee, eine Puppe aus der Reihe zu verstecken und das andere Kind die Irritation in der Reihe entdecken zu lassen.

Die Idee ist gut, aber die sprachliche Ausdrucksmöglichkeit ist auf die Umschreibung angewiesen. Das Wort Irritation im Zusammenhang mit Seriation ist nicht im Wortschatz vorhanden, sondern kam auch im Video von mir.

### Löffelübung zum Verteilen auf fünf gleiche Gefäße



Diese Übung des täglichen Lebens nach Maria Montessori ist sehr ästhetisch.

Dies bemerken auch die Fachkräfte und merken auch gleich an, dass die Pinzette dazu sehr schwer zusammenzudrücken ist.

Abb. 51: Löffelübung zum Verteilen auf fünf gleiche Gefäße

Sie machen den Vorschlag, mehrere Pinzetten in das Glas in der Mitte zu legen, damit auch die Kinder je nach Vermögen der Feinmotorik auswählen können.

Als mathematische Möglichkeiten finden sie das Sortieren, das Zählen, die Menge erfassen.

Das einfache Material wäre bei fundierter Konzeptkenntnis aber auch dazu da, das Teilen und Zusammenfügen einer Menge zu erfahren und zu besprechen, die Formen und Farben zu benennen und die Formen zu beschreiben, die Begriffe „viel, wenig, genau gleich viel“ zu verwenden, also wichtige elementare Vorerfahrungen zum Durchführen von Rechenoperationen auf einer höheren Ebene zu machen.

### Rot gegen Blau („Mathe 2000“)



Abb. 52: Rot gegen Blau („Mathe 2000“)

Das Spiel aus dem Frühförderprogramm beschreibe ich nicht eigens. Es stand den Fachkräften zwar zur Verfügung, da sie das Spiel aber bereits in der Gruppe kennengelernt hatten und von unserer Seite auch angekündigt worden war, jeweils einen Spielplan als „Appetitanreger“ in die Kindergärten mitnehmen zu können, hat das Spiel im Nachhinein niemand mehr gewählt.

Klar ist aber bereits bei der allgemeinen Einführung geworden, dass den Fachkräften das Konzept „mathe 2000“ gänzlich unbekannt ist.

## 6.4.9 Zusammenfassung der Ergebnisse

Aus dieser Erkundung der Materialien und der dazugehörigen Videostudie lassen sich folgende Ergebnisse präzisieren:

Der Großteil der pädagogischen Fachkräfte kann nur einfache Grunderfahrungen mit den Materialien begleiten

Weiterführende Anregungen sind aufgrund der nicht bewussten Rolle der Sprache im Verstehensprozess und der mangelnden fachdidaktischen Grundlagen nicht zu erwarten.

Auch die fehlende Konzeptkenntnis, die mit einer Ausnahme durchgängig zu erkennen war, lässt ableiten, dass die fachlichen Voraussetzungen zur Begleitung von differenzierten Lernprozessen gering sind.

### **6.4.10 Darstellung der Ergebnisse aus der Kurzbefragung**

Im Rahmen des zweiten Werkkreistreffens im Kindergarten Feldthurns, am 17. 04. 2012 von 16.00 Uhr bis 18.30 Uhr, führte ich im Einvernehmen der zweiten Werkkreisbegleiterin eine Kurzbefragung vor, um die Inhalte der Folgetreffen besser planen zu können.

Zu Beginn des Werkkreistreffens stellten die Teilnehmerinnen ein Material oder eine Idee für mathematische Bildung vor, befassten sich dann mit dem Ausfüllen dieser Kurzbefragung und hatten anschließend Gelegenheit zu Literaturstudium und Erkundung der Lernumgebung „Lernort Mathespaß.“ In der letzten halben Stunde präsentierte ich den von mir vorbereiteten „Appetitanreger für mathematisches Fachwissen“, den dann alle Teilnehmerinnen ausgedruckt und per E-Mail zugeschickt bekamen, damit sie Ausschnitte daraus z. B. auch für Elternbriefe, den Austausch mit Kolleginnen usw. verwenden können.

Die Vorlage für die Kurzbefragung umfasste drei Fragen und zusätzlich drei Zeilen, in denen Name, Schulabschluss und Dienstjahre im Kindergarten notiert werden konnten.

In Frage 1 schätzten die Teilnehmerinnen des Werkkreises ihre momentanen Fachkenntnisse für Lernbegleitung in mathematischen Lernumgebungen ein.

In Frage 2 gaben sie an, ob sie bereits Fortbildungen zu mathematischer Bildung besucht haben oder nicht.

Frage 3 ermittelte die Wissensquelle von Grundlagen für mathematische Bildungsprozesse und Bildungsangebote.

Der entsprechende Vordruck für die Kurzbefragung befindet sich im Anhang.

Die Teilnehmerinnen zeigten keine Scheu beim Ausfüllen. Im Gegenteil, sie legten meines Erachtens, mit der Aussicht entsprechende Hilfen zu bekommen, gern ihre Voraussetzungen offen.

Die Auswertung der 17 Fragebögen nahm ich händisch vor und erstellte im Anschluss daran mit EXCEL die Diagramme.

Aus den Angaben zu den Dienstjahren konnte ich ermitteln, dass die Teilnehmerinnen zwischen 11 und 35 Jahre Erfahrung im Kindergarten haben. Dabei gibt es zwei

Dienstaltersspannen, die stark sind: 9 Teilnehmerinnen sind zwischen 20 und 27 Jahre im Kindergarten im Dienst, 5 Teilnehmerinnen zwischen 15 und 17 Jahre.

Dies bedeutet, dass die meisten von ihnen den Kindergarten als sozialpädagogische Einrichtung kennengelernt haben und über viele Jahre auch mit diesem Schwerpunkt praktiziert haben.

Die Ergebnisse zum formalen Schulabschluss stelle ich mit Hilfe eines Diagramms dar.

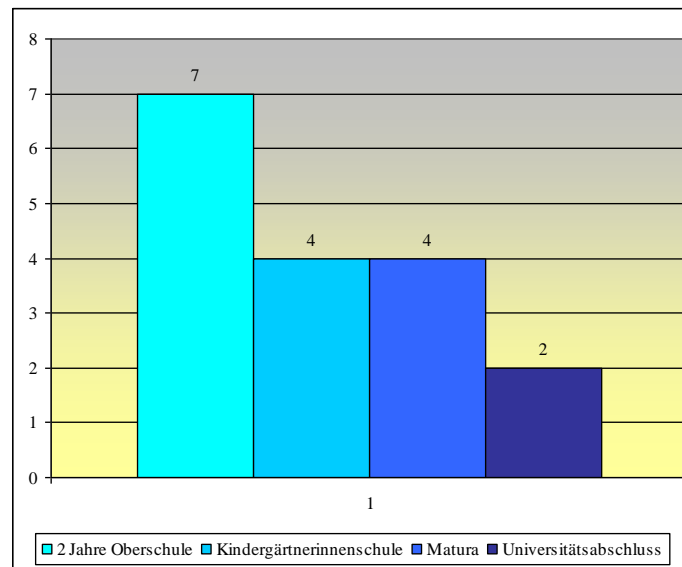


Tabelle 30: Grundausbildung der pädagogischen Fachkräfte

Das Ergebnis zeigt deutlich, dass das Ausbildungsniveau niedrig ist: 7 pädagogische Fachkräfte haben eine zweijährige Oberschule, vier die seinerzeit einzige Kindergärtnerinnenschule in Bozen besucht, vier weitere pädagogische Fachkräfte haben ein Maturadiplom einer Oberschule pädagogischer Fachrichtung und nur zwei ein Hochschulstudium absolviert.

Im Weiteren stelle ich das Ergebnis zur Selbsteinschätzung der Fachkenntnisse für die Lernbegleitung in einer mathematischen Lernumgebung dar.

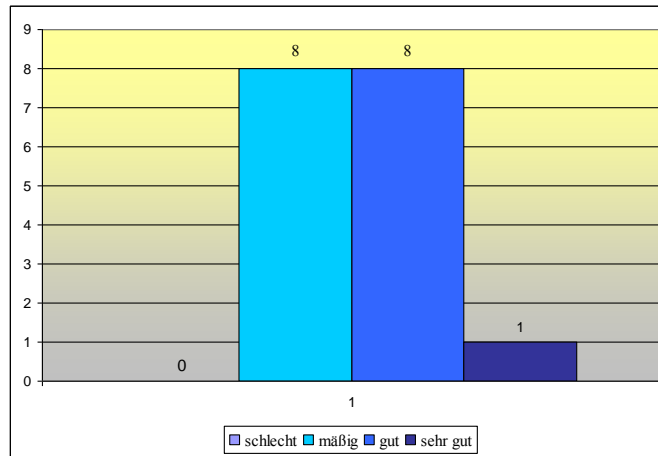


Tabelle 31: Selbsteinschätzung der Fachkenntnisse

Die Graphik macht anschaulich, dass keine der pädagogischen Fachkräfte ihre Kenntnisse mit schlecht einschätzt, jeweils 8 schätzen ihre Voraussetzungen mit mäßig oder gut ein, eine mit sehr gut.

Das Ergebnis der Frage zum Besuch von gezielten Fortbildungen zu früher mathematischer Bildung wird im nächsten Diagramm sichtbar.

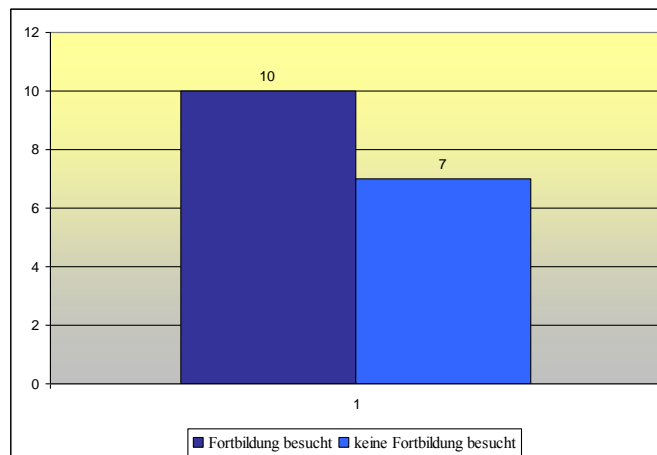


Tabelle 32: Fortbildung zu mathematischer Bildung

Die Tabelle macht deutlich, dass mehr als die Hälfte eine Fortbildung und sieben pädagogische Fachkräfte noch keine Fortbildung in dieser Richtung besucht haben.

Dazu ist noch etwas anzumerken. Die genannten, besuchten Fortbildungen waren eintägige oder nur einen Nachmittag dauernde Veranstaltungen und nur 2 pädagogische Fachkräfte haben angegeben, zwei eintägige Fortbildungen besucht zu haben und eine einzige, zwei Fortbildungen mit mehreren Folgetreffen.

In Frage drei befassten sich die Fachkräfte detailliert mit der Quelle ihrer Fachkenntnisse:

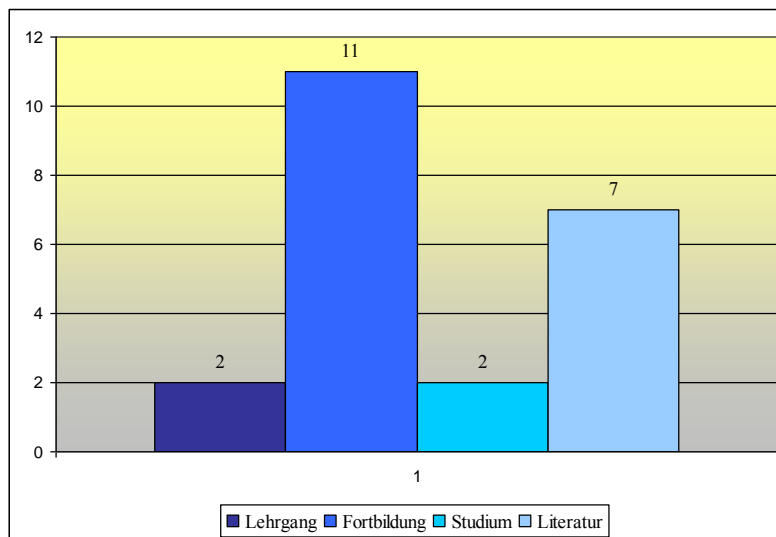


Tabelle 33: Quelle der Fachkenntnisse

Zwei Fachkräfte haben ihre Fachkenntnisse aus einem Montessori- Lehrgang, 10 Fachkräfte aus anderen Fortbildungen, die vorwiegend durch den Kindergartenprengel oder das Pädagogische Institut organisiert worden waren, zwei Fachkräfte hatten angegeben, allgemeine Grundkenntnisse im Studium erworben zu haben und sieben Fachkräfte notierten, ihre Kenntnisse aus dem Literaturstudium (teils Praxisbücher, zwei auch durch Konzeptbücher wie „MATHEKINGS und „Zahlenbuch 1“) bezogen zu haben.

Einige Fachkräfte machten noch Zusatzbemerkungen und nannten als Kenntnisquellen auch Internet und Zeitung, Austausch mit Kolleginnen, eigene Ideen, Montessorimaterialien und verschiedene Lernspiele im Kindergarten.

Aus der Zusammenschau dieser Ergebnisse der Kurzbefragung lassen sich einige Kernaussagen ableiten.

- Das formale Ausbildungsniveau dieser Gruppe von pädagogischen Fachkräften ist niedrig.
- Die Selbsteinschätzung zu den Fachkenntnissen schwankt zwischen mäßig und gut.
- Die Kenntnisse, die aufgrund von gezielten mathematischen Fortbildungen zu erwarten sind und Literaturstudium, sind gering.
- Fundierte Kenntnisse können nur bei zwei bis vier Teilnehmerinnen erwartet werden, die einen Lehrgang, bzw. mehrtätige Fortbildungen besucht haben.

#### **6.4.11 Wünsche und Erwartungen der pädagogischen Fachkräfte**

Beim 1. Werkkreistreffen zu den Rahmenrichtlinien am 13. März 2012 haben wir Werkkreisbegleiterinnen uns zunächst einen Überblick über Erfahrungen und Interessen der Fachkräfte zu den einzelnen Bildungsfeldern der Bildungsvision „Lernende, forschende und entdeckungsfreudige Kinder“ verschafft. Durch kurze „Statements“ und anhand eines Schaubildes konnten wir so einen ersten Eindruck von den Voraussetzungen und dem Zugang zu mathematischer Bildung gewinnen.

Die Teilnehmerinnen konnten mit Hilfe von gelben, grünen oder silbernen Kreisen ihre gemachten Erfahrungen, besonderes Interesse oder auch ein „ungutes Bauchgefühl“ in den drei Bildungsfeldern „Mathematik, Naturwissenschaften und Technik“ auch bildlich ausdrücken. Dabei symbolisierte der gelbe Kreis, bereits verschiedene praktische Erfahrungen zu haben, der grüne, besonderes Interesse und der silberne Kreis ein unangenehmes Baugesühl aufgrund unterschiedlicher Gründe.

Für jedes Bildungsfeld war eine Fläche vorgesehen, die mit einem Symbol für jedes Bildungsfeld markiert war. Die grüne Fläche zeigt das Bildungsfeld „Mathematik“ an.



Abb. 53: Schaubild mit Symbolen

Auf dem Schaubild ist zu erkennen, dass viele gelbe Kreise im Grenzbereich zwischen Mathematik und Naturwissenschaften liegen. Und die grünen Kreise, die besonderes Interesse bekunden, auf alle Flächen verteilt sind, jedoch der Schwerpunkt bei „Technik“ liegt. Die silbernen Kreise sind ebenfalls bei „Technik“ angebracht.

Die Erklärung dazu ist folgende. Viele Fachkräfte schätzen ihre Erfahrungen in den Feldern „Mathematik und Naturwissenschaften“ beim ersten Werkkreistreffen schon relativ gut ein, haben aber keine Ideen wie sie im Bildungsfeld „Technik“ vorgehen sollten. Aus diesem Grund ist auch das unangenehme Bauchgefühl auf dieses Feld konzentriert.

Zu Mathematik scheinen die Werkkreisteilnehmerinnen einen positiven Zugang zu haben. Kein silberner Kreis ist dort untergebracht.

Anhand der Moderationsmethode haben wir zwei Werkkreisbegleiterinnen anschließend die Erwartungen und Wünsche der Teilnehmerinnen gesammelt.

Die „Moderationsmethode ist eine besondere Form der Organisation von Gruppenprozessen, die darauf achtet, dass sich alle Teilnehmer gleichberechtigt beteiligen, dass alle Arbeitsschritte geplant bzw. strukturiert durchgeführt“ (Bortz/Döring 2006, S. 319) werden. Wichtig ist dabei auch, dass die Arbeitsschritte durch Visualisierungen veranschaulicht werden. Idealerweise stellen „zwei Moderatoren den



organisatorischen Rahmen zur Verfügung und helfen der Gruppe, ihre eigenen Themen und Ziele zu ermitteln und umzusetzen“ (ebd., S. 319).

Die „Visualisierungstechniken der Moderationsmethode sind leicht erlernbar und sehr effektiv. Gearbeitet wird mit Plakaten, Stellwänden, Flipcharts, farbigen Kartonen und Filzstiften, sowie Klebepunkten. Die Moderationsmethode vereinigt die unterschiedlichen Vorgehensweisen: Vortrag, Kleingruppenarbeit, Diskussion im Plenum, Befragung (mündlich, schriftlich), Brainstorming, auch Rollenspiele werden in kombinierter Form nach vorher festgelegtem Ablaufplan eingesetzt“ (ebd., S. 320). Für das Verhalten der Moderatoren gibt es unter anderem, folgende Empfehlungen:

- fragen statt sagen
- nicht bewerten und nicht beurteilen (vgl. Bortz/Döring 2006, S. 320).

### Die Darstellung der Wünsche und Erwartungen

Nachdem sich die Teilnehmerinnen in Dreier- oder Vierergruppen über die Erwartungen und Wünsche ausgetauscht hatten, notierten sie diese auf farbigen Blättern und stellten sie der Gruppe vor.

Anschließend gab es für die pädagogischen Fachkräfte eine Pause. Wir Werkkreisbegleiterinnen, Hildegard Pramstrahler und ich, versuchten die Wünsche und Erwartungen auf der Pinnwand zu ordnen, damit alle nach der Pause sehen konnten, wo die Schwerpunkte der Wünsche liegen und wir am Ende des ersten Treffens die weitere Vorgangsweise besprechen konnten.



Abb. 54: Thematisch geordnete Erwartungen an die Arbeit in den Werkkreisen

Folgende Tabelle soll die Wünsche und Erwartungen offenlegen.

<b>Austausch</b>	<b>Anleitungen</b>	<b>Konkrete Themen</b>	<b>Offene Fragen</b>
Erfahrungsaustausch 4x	Praktische Inputs	Einfache Materialauswahl	Wie vermittele ich Kindern den wertschätzenden Umgang mit wertvollen Materialien?
	Gute Ideen leicht umsetzbar	Umsetzen von Projekten	Wirkt sich mathematische Frühförderung immer positiv auf die spätere Schulkarriere aus?
	Neue Impulse und Ideen	Matheplatz einrichten. Wie?	
	Neue Einblicke in Bezug auf das didaktische Material	Wie begeistere ich Kinder für Mathematik?	
	Neue Wege zur Umsetzung	Materialvorschläge für mathematische Frühförderung.	
	Wo finde ich Mathematik im Alltag?		

Tabelle 34: Wünsche und Erwartungen im Bildungsfeld Mathematik

Es ist zu erkennen, dass der Wunsch nach Erfahrungsaustausch in allen Gruppen sehr groß ist.

Der Wunsch der Teilnehmerinnen nach neuen Anregungen und Wegen für die Umsetzung nach mathematischer Bildung ist aus der zweiten Spalte deutlich ersichtlich.

In der dritten Spalte kommen ganz konkrete Themen vor, die Fragen und Antworten zum inhaltlichen und methodischen Aspekt mathematischer Bildung thematisieren sollen.

In der vierten Spalte sind offene Fragen, die auf unangenehme Erfahrungen im Zusammenhang mit mathematischer Bildung schließen lassen.

Ich denke, dass wir Werkkreisbegleiterinnen in Zusammenarbeit mit den Teilnehmerinnen und dem Kindergartensprengel bereits im kommenden Jahr diese Erwartungen und Wünsche erfüllen können und vielleicht noch etwas mehr.

#### **6.4.12 Zusammenschau und Hypothesenprüfung**

Die Forschungen in den Werkkreisen haben mehrere Ergebnisse im Zusammenhang mit dem zweiten Teil der Hauptforschungsfrage gebracht, die sich auf die fachlichen Voraussetzungen der pädagogischen Fachkräfte bezieht.

Im Hinblick auf den Zugang zum Bildungsbereich Mathematik haben sich folgende Befunde ergeben: Die Fachkräfte sind mehrheitlich interessiert an mathematischer Bildung im Kindergarten. Der Grad der nötigen Professionalität ist ihnen jedoch beim ersten und auch teilweise bei der Kurzumfrage im zweiten Werkkreis noch nicht bewusst.

Die fachdidaktischen Kenntnisse sind aufgrund der Beobachtung bei der Materialerkundung gering bis mäßig und die Kenntnis von didaktischen Konzepten fehlt mit Ausnahme von ein bis zwei Teilnehmerinnen völlig.

Mit diesen Voraussetzungen sind Fachkräfte ausschließlich in der Lage, elementare, sinnliche Grunderfahrungen zu unterstützen. Bewusste Unterstützung der Entwicklung vertieften, mathematischen Verständnisses scheint gefährdet zu sein.

Das formale Ausbildungsniveau ist aufgrund der Ergebnisse aus der schriftlichen Kurzbefragung niedrig. Auch Professionalisierung durch fundiertes Literaturstudium und Kenntnisse aufgrund des Besuchs aufbauender Fortbildungsveranstaltungen für mathematische Bildung sind nicht gegeben.

Es lässt sich ein qualitativer Unterschied hinsichtlich Fremd- und Selbsteinschätzung benennen: während das Ausbildungsniveau und die Auswertung der Materialerkundung ein geringes Niveau bescheinigen, liegen die Auswertungsergebnisse der Selbsteinschätzung optimistisch bei mäßig bis gut.

Die Wünsche und das Engagement der Teilnehmerinnen in den Werkkreisen zeigen deutlich die Bereitschaft, sich auf neue Wege zu begeben und Fachfrauen werden zu wollen. Allerdings ist dafür noch ein Stück des Weges zurückzulegen.

Es ist aufgrund der Zusammensetzung der Stichprobe in den Werkkreistreffen (17 Teilnehmerinnen: zur Hälfte Kindergärtnerinnen und zur Hälfte Pädagogische Mitarbeiterinnen; Ausbildungsniveau; Altersmischung) anzunehmen, dass die

Aussagekraft dieses Ergebnisses zum Großteil auf die Gesamtheit der Fachkräfte im Sprengel übertragen werden kann.

### **Hypothesenprüfung**

Unterhypothese 6 hat sich durch diese Forschungen damit bestätigt:

„Viele pädagogische Fachkräfte haben wenig fachdidaktisch relevante Kenntnisse (viel Probierhandlung) um eine gute mathematische Lernumgebung einzurichten und eine angemessene Lernbegleitung zu bieten, jedoch Interesse und Einsicht in die Notwendigkeit einer gezielten Weiterbildung diesbezüglich.“

Die Einsicht zur Notwendigkeit der Professionalisierung zeigt sich andeutungsweise aus der Kurzbefragung beim zweiten Werkkreis. Die Teilnehmerinnen haben die Qualität ihres Begleitungsniveaus für die Unterstützung mathematischer Entwicklung „optimistisch-realistisch“ nur mit mäßig bis gut eingeschätzt.

Das besondere Interesse an Weiterentwicklung zeigt sich auch durch Zusatzbemerkungen auf den Vorlagen der schriftlichen Kurzbefragung: 3 Mal ist der Wunsch nach einer Einführung zum Frühförderprogramm „mathe 2000“ angeführt.

## **7. Zusammenfassung der Ergebnisse, Diskussion und Ausblick**

Erstes großes Ziel dieser Laureatsarbeit war es, meinen eigenen Wissens- und Könnensstand für mathematische Bildung im Kindergarten zu erweitern und zu einer Expertin im Bereich „Mathematische Lernumgebungen“ laut aktuellem Bildungsauftrag zu werden. Ich denke, durch die Ausführungen in den Kapiteln 1 bis 4 sowie durch die Checkliste in Abschnitt 7.3 ist das Ergebnis der intensiven Auseinandersetzung sichtbar geworden.

Das zweite große Anliegen war es, zu erforschen, welche Bedingungen in Kindergärten des Kindergartensprengels Brixen für Lernen in und mit einer mathematischen Lernumgebung zurzeit vorhanden sind. Auch dies ist mir Dank der regen Mitarbeit der pädagogischen Fachkräfte und dem Wohlwollen meiner Vorgesetzten gelungen.

In nachfolgendem Abschnitt führe ich nun die wichtigsten Ergebnisse und Erkenntnisse aus den durchgeführten Forschungen an und versuche eine vorsichtige auf Qualifizierungsfragen bezogene Interpretation im Lichte der verwendeten Fachliteratur. Aus der Zusammenschau der Erkenntnisse leite ich im darauffolgenden Abschnitt einen Plan zur Unterstützung der fachlichen Weiterentwicklung der pädagogischen Fachkräfte ab.

In den weiteren Abschnitten dieses Kapitels steht eine Checkliste, die bei der Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung hilft und empfehlenswerte Literatur, die durch gezieltes Eigenstudium wesentlich die kompetente Handlungsfähigkeit der pädagogischen Fachkräfte in Schwung bringen kann.

## **7.1 Zusammenschau, Interpretation und Diskussion der Forschungsergebnisse**

Das Erkenntnisinteresse der durchgeführten Forschungen bezog sich auf verschiedene Ebenen, die zum Stand mathematischer Lernumgebungen gehören:

- die materiell/ strukturellen Ebene
- die Ebene der praktischen Didaktik in vorhandenen Lernumgebungen,
- sowie die Ebene der formalen und fachdidaktischen Voraussetzungen, die pädagogische Fachkräfte für die Durchführung von mathematischer Bildung mitbringen.

Dementsprechend lautete die Hauptforschungsfrage:

**Welche strukturell/materiellen Bedingungen und fachlichen Voraussetzungen haben pädagogische Fachkräfte, um mathematische Bildung in einer mathematischen Lernumgebung anzuregen?**

Bereits aus der schriftlichen Befragung in den Kindergärten des Sprengels konnten, Dank erfreulicher Beteiligung von 22 von insgesamt 31 Kindergärten, aussagekräftige Ergebnisse bezüglich strukturell/materieller Bedingungen in den Kindergärten erzielt werden. Auch zeigen die Ergebnisse Zusammenhänge zwischen Strukturqualität und fachlichem Niveau der Fachkräfte auf.

### **DIE ERGEBNISSE UND ERKENNTNISSE AUS DER SCHRIFTLICHEN BEFRAGUNG IN KÜRZE**

#### ***Strukturelle Bedingungen für mathematische Bildung***

Es zeigte sich, dass mathematische Lernumgebungen nur in 9 der 22 beteiligten Kindergärten vorhanden sind, wobei nur drei Kindergärten schon seit mehreren Jahren mathematische Erfahrungen bewusst mit genannten Arrangements unterstützen, die

anderen erst seit kurzem eine Lernumgebung haben und weitere fünf die Einrichtung im Laufe des Jahres planen.

Ansonsten beschränkt sich die Unterstützung mathematischer Bildung in den Kindergärten vor allem auf alltägliche Rituale, wie zum Beispiel „Kinder abzählen“ Kalenderarbeit mit Datum, den Tisch decken und findet im Alltag integriert, jedoch nicht gezielt unterstützt, statt.

Der grundsätzliche Wert von Würfel-, Formen-, Mengen- und Zahlenspielen als Maßnahme zur Unterstützung mathematischer Bildung ist dem Personal ca. bei der Hälfte der Kindergärten bewusst.

### *Erkenntnisse*

***Bewusste Unterstützung mathematischer Bildung durch entsprechend eingerichtete Lernumgebungen ist noch selten anzutreffen.***

***Es gibt derzeit 9 mathematische Lernumgebungen, wobei nur 3 Kindergärten schon seit mehreren Jahren mathematische Bildung auf diese Weise unterstützen.***

### *Materielle Bedingungen für mathematische Bildung*

Obwohl nur 9 Kindergärten bewusst eine mathematische Lernumgebung anbieten, verfügen trotzdem die meisten Kindergärten über eine beträchtliche Anzahl von didaktischen Materialien, die grundsätzlich mathematische Bildung unterstützen können.

Vor allem im Bereich der vornumerischen Erfahrungen verfügen die meisten Kindergärten über ausreichend Materialien.

Allerdings müssten diese für einen gezielten Einsatz in einer mathematischen Lernumgebung arrangiert werden, damit sie auch die Entwicklung von vertieftem Verständnis provozieren können.

Neuere, und zu besonderen Entdeckungen provozierende Materialien sind noch Mangelware.

Im Bereich Maß ist die Anzahl der Materialien äußerst gering.

Daraus ist abzuleiten, dass Erfahrungsmöglichkeiten mit verschiedenen Messgeräten für Zeit, Volumen, Längen noch kaum unterstützt werden.

Für Erfahrungen im Bereich Form gibt es zwar viele Materialien, wobei aber auch hier die Ergebnisse darauf hinweisen, dass Kinder zwar damit spielen, aber keine vertiefenden, mathematischen Kenntnisse damit angeregt werden.

Im Bereich „Mengen, Zahlen, Ziffern“ ist durch den mittelmäßig bis hohen Anteil an Materialien zum Würfeln und Zählen, eine indirekte Unterstützung des Bildungsziels, numerische Bewusstheit, in Ansätzen anzunehmen.

Es fehlen jedoch weitgehend Materialien, die aufeinander aufbauend, tiefgehendes Verständnis sichern.

Ein vertiefter und vielseitiger Umgang mit strukturierter Anzahlerfassung und Zahlensymbolen ist in den beteiligten Kindergärten insgesamt, aber auch in jenen mit vorhandenen Lernumgebungen noch nicht verbreitet, sondern wird weitgehend der Schule überlassen.

### ***Erkenntnisse***

***Die materielle Ausstattung der Kindergärten für mathematische Bildung ist laut Kriterien der Fragebogenerhebung in den fünf Bereichen mathematischer Bildung recht unterschiedlich.***

***Neuere und besondere Entdeckungen provozierende Materialien sind Mangelware.***

***Es fehlen vor allem Materialien für Maß, aber auch Materialien, die aufeinander aufbauend, tiefgehendes Verständnis im Bereich Mengen, Zahlen, Ziffern sichern.***

***Außerdem lässt sich erkennen, dass Materialien für Erfahrungen im vornumerischen Bereich zwar ausreichend vorhanden, jedoch nicht bewusst für mathematische Erfahrungen arrangiert sind.***



***Fachliche Voraussetzungen für mathematische Bildung durch Konzeptkenntnis***

Die Kenntnis von didaktischen Konzepten für mathematische Bildung ist sehr gering. Weniger als die Hälfte der beteiligten Kindergärten ziehen solche Konzepte als Hilfestellung zur Organisation von mathematischer Bildung zu Rate. Mit 9 Nennungen ist das Konzept von Maria Montessori am ehesten bekannt. Nur aus vier Fragebögen geht hervor, dass die Fachkräfte auch in der Lage sind, Anregungen aus verschiedenen Konzepten kombiniert zu nutzen. Aus den Aussagen zum Einsatz der Konzepte ist zu erkennen, dass in Kindergärten, die eine mathematische Lernumgebung zur Verfügung stellen, wenigstens eine Fachkraft eine fachdidaktische Qualifizierung, etwa eine Montessoriausbildung, absolviert hat.

***Erkenntnisse***

***Es besteht ein erheblicher Bedarf, sich Konzeptkenntnisse und fachdidaktische Grundlagen, sowie Wissen über besonders geeignete Materialien und Anregungen anzueignen.***

***Es besteht ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Existenz von mathematischen Lernumgebungen und Konzeptkenntnissen.***

### *Interpretierte Gesamterkenntnisse aus der schriftlichen Befragung*

*Da sich über 70% aller Kindergärten im Sprengel beteiligt haben, spiegeln die materiellen Bedingungen der Kindergärten das im Sprengel Übliche wider und sind laut Auswertung der Fragebögen in den verschiedenen Bereichen mathematischer Bildung recht unterschiedlich.*

*Nach meiner Einschätzung liegt es jedoch nicht vornehmlich an den zur Verfügung stehenden Sachmitteln, dass kaum eine differenzierte und bewusste Gestaltung mathematischer Bildungsprozesse zu finden ist, sondern an mangelnden fachdidaktischen Kenntnissen der meisten Fachkräfte.*

*Die Tatsache, dass mathematische Bildung laut Einschätzung eines großen Teils der Fachkräfte vorwiegend unbewusst im Alltag vonstatten geht, deutet für mich ebenso wie die mangelnde Konzeptkenntnis auf eine geringe fachliche Qualifizierung hin.*

*Durch die fast durchgängig mangelnde Kenntnis von Konzepten und die vorwiegend punktuell durchgeführte mathematische Bildung im Alltag wird eine den Anforderungen der Bildungspläne und den fachdidaktischen Erfordernissen angemessene Unterstützung mathematischer Verständniseentwicklung in den Kindergärten heute nur in wenigen Ausnahmefällen realisiert.*

*Da ein Zusammenhang zwischen bewusst gestalteter mathematischer Bildung durch speziell vorbereitete Lernumgebungen und der Kenntnis von Konzepten zu erkennen ist, deutet sich hier ein Ansatzpunkt für die offensichtlich erforderlichen fachlichen Qualifizierungsbemühungen an. So müssten mathematische und mathematikdidaktische Grundlagen vermittelt und mögliche Kriterien für die Einrichtung und Nutzung der Lernumgebung diskutiert werden.*

*Damit die Qualifizierungsplanung jedoch wirklich auf die tatsächlichen Gegebenheiten und Erfordernisse aufbauend geschehen kann, müssen die fachlichen Mängel bzw. Voraussetzungen bei pädagogischen Fachkräften durch Forschungsergebnisse aus Besuchen und Interviews in ausgewählten Lernumgebungen sowie den Werkkreistreffen noch differenzierter erkannt und benannt werden, um dann daraus einen brauchbaren Entwicklungsplan abzuleiten.*

## **ERGEBNISSE UND ERKENNTNISSE DER BESUCHE UND INTERVIEWS IN KÜRZE**

Durch die Besuche in fünf ausgewählten Kindergärten mit mathematischen Lernumgebungen und den dazugehörigen Interviews konnten, nicht nur wie in der schriftlichen Befragung, Beziehungen zwischen fachlichen Voraussetzungen und der Existenz einer Lernumgebung ausgemacht werden, sondern die Begehung der Lernumgebungen und die Interviews mit deren mit- oder hauptverantwortlichen Fachkräften lieferten aufschlussreiche Ergebnisse bezüglich des Zusammenhangs von Ausstattungsniveau der Lernumgebung und der Qualität von didaktischen Überlegungen bei der Vorbereitung sowie der Arbeit mit der Lernumgebung.

Die Kindergärten wurden bewusst danach ausgewählt, dass Fachkräfte mit längerer Erfahrung mit mathematischen Lernumgebungen und Fachkräfte, die darin noch unerfahren sind, dabei waren, um die Unterschiede in der Kenntnis von didaktischen Kriterien, Materialauswahl und Umfang besser herausarbeiten zu können.

Die Ergebnisse aus den Besuchen belegen einen eindeutigen Zusammenhang von Fachwissen und materiell reichhaltiger und didaktisch geschickter Präsentation der Materialien. Ebenso ist ein Zusammenhang zwischen dem Wissen um Vorteile einer Lernumgebung, und Wissen um die Notwendigkeit von Fachkompetenz für Lernbegleitung mathematischer Bildungsprozesse bei Kindern bei besser qualifizierten Fachkräften zu erkennen, während bei den anderen diesbezüglich nur erste Vermutungen da sind.

Nachfolgend lege ich die verdichteten und interpretierten Ergebnisse zu Überlegungen von strukturell/materiellem Arrangement und Kompetenzen zur Lernbegleitung dar.

### ***Überlegungen zu struktureller und materieller Ausstattung***

Die Kriterien der Fachkräfte bezüglich struktureller Gestaltung und materieller Ausstattung in besuchten Kindergärten variieren sehr und sind stark davon abhängig, ob die pädagogischen Fachkräfte eine entsprechende fachdidaktische Ausbildung und längere Praxiserfahrung mit der Lernumgebung haben oder aufgrund des Auftrags in den Rahmenrichtlinien und des dadurch erwachten persönlichen Interesses erst seit Kurzem entsprechend arbeiten.

Die in Kindergärten üblichen Materialien sind bei ersteren gezielter arrangiert und werden bewusst für die Unterstützung mathematischer Bildung genutzt. Gleichzeitig ist die materielle Ausstattung auch variantenreicher und es sind gekonnt aufbereitete, unkonventionelle und wertvolle didaktische Materialien aufgrund des persönlichen Engagements häufiger vorhanden als in Kindergärten, in denen das Wissen um das geschickte Arrangement und die Kenntnis der Materialien aus fachdidaktischen Konzepten noch nicht vorhanden ist.

### ***Bewusstsein über die entscheidende Rolle der Lernbegleitung***

Die wichtige Rolle der Lernbegleitung bei Einführung, Arrangement und Vertiefung der Lernprozesse bei Kindern wird von „mathematikdidaktisch“ erfahrenen Fachkräften mit Montessoriausbildung oder gezielter mathematischer Fortbildung besonders betont. Aus den Aussagen der anderen Fachkräfte ist insbesondere hinsichtlich einer fachlich angemessenen mathematikbezogenen Lernbegleitung noch Hilflosigkeit zu erkennen.

Mathematikdidaktisch erfahrene Fachkräfte klagen über die Schwierigkeiten, die sich zusätzlich durch unzureichend ausgebildete Fachkräfte bei der Arbeit in der mathematischen Lernumgebung ergeben. Sie wünschen sich gezielte Weiter- und Ausbildung, da eine mathematische Lernumgebung nur mit geeigneter Lernbegleitung zum Tragen kommt.

*Interpretierte Gesamterkenntnisse aus den Besuchen und Interviews*

*In den Aussagen zu den wesentlichen Bedingungen für mathematische Bildung durch eine Lernumgebung ist ein deutlicher Unterschied zwischen fachdidaktisch erfahrenen Fachkräften und Fachkräften ohne spezielle Fortbildung erkennbar.*

*Fachdidaktisch ausgebildete Fachkräfte können ihr Tun theoriegeleitet erklären und deutlich ausdrücken, worauf es bei mathematischer Bildung ankommt. Die fachdidaktische Ausbildung ermöglicht ihnen die Lernumgebung differenzierter und für mathematische Erkenntnisprozesse ergiebiger vorzubereiten. Vor dem Hintergrund ihrer Kenntnis mathematischer Entwicklung der Kinder ist ihnen eine angemessene Lernbegleitung möglich.*

*Eine mathematische Lernumgebung für den ganzen Kindergarten wird jedoch abgewertet, wenn einzelne Fachkräfte die Kinder nicht in ihrer Arbeit mit dem mathematischen Material begleiten können.*

*Auch die Ergebnisse dieser Forschung verstärken den Ruf und Wunsch nach flächendeckender Qualifizierung. Inhalt müsste jedoch neben den mathematischen und mathematikdidaktischen Grundlagen sowie den Kriterien für die Gestaltung der Lernumgebung auch die Begleitung der Kinder in ihrem mathematischen Lernprozess sein.*

## **ERGEBNISSE UND ERKENNTISSE DER FORSCHUNGEN IM WERKKREIS IN KÜRZE**

Durch die Untersuchungen im Werkkreis, an denen insgesamt 17 Fachkräfte mit Arbeitsplatz im Gruppendienst teilnahmen, konnten die ersten Annahmen zum fachdidaktischen Niveau aus den Ergebnissen der schriftlichen Befragung sowie die Erkenntnisse aus den Besuchen der Lernumgebungen nicht nur wiederum bestätigt werden, sondern sie liefern durch die Auswertungen der Videos der Materialerkundung detaillierte und die Erkenntnis vertiefende Ergebnisse zum Kompetenzniveau der Unterstützungsfähigkeit mathematischen Lernens bei Kindern.

Überdies konnte durch die Erhebung der Wünsche zum Inhalt der Weiterbildung die Bereitschaft zur Qualifizierung deutlich aufgezeigt werden. Die Kurzbefragung zu formalem Bildungsabschluss, Fortbildungen und Einschätzung von Voraussetzungen zur Lernbegleitung konnte zu den Erkenntnissen aus der Fremdeinschätzung durch die Videostudie Informationen zur subjektiven Einschätzung der Qualität der zurzeit möglichen Unterstützung mathematischer Entwicklung bei Kindern durch die Fachkräfte liefern.

Da die Zusammensetzung der Stichprobe (Berufsbild: ca. 50% Kindergärtnerinnen und 50% pädagogische Mitarbeiterinnen; formaler Bildungsabschluss; Alter) in den Forschungen im Werkkreis in etwa der qualifikatorischen Zusammensetzung der Grundgesamtheit aller pädagogischen Fachkräfte im Sprengel ähnelt, sind die im Folgenden angeführten Ergebnisse relational auf das Qualifikationsniveau der gesamten, im Gruppendienst stehenden, pädagogischen Fachkräfte zu interpretieren.

**1. VIDEOSTUDIE:  
ERKUNDUNG VON DIDAKTISCHEN MATERIALIEN  
DURCH 17 TEILNEHMERINNEN**

Der Großteil der pädagogischen Fachkräfte bringt nur einfache Grunderfahrungen mit den Materialien mit.

Die Rolle der Sprache im mathematischen Verstehensprozess ist nicht bewusst.

Fundierte Konzeptkenntnis fehlt (mit einer Ausnahme) völlig.

*Erkenntnisse*

*Aufgrund dieser Ergebnisse, die eine geringe fachdidaktische Kenntnis deutlich machen, sind weiterführende Anregungen der Lernprozesse bei Kindern nicht zu erwarten.*

**2. KURZBEFRAGUNG  
ZUR EINSCHÄTZUNG VON FACHLICHER KOMPETENZ  
UND AUSBILDUNGSNIVEAU**

Das formale Ausbildungsniveau der pädagogischen Fachkräfte im Werkkreis ist niedrig. Nur 2 Teilnehmerinnen besitzen einen Hochschulabschluss, 7 pädagogische Fachkräfte eine zweijährige Oberschule, die anderen 8 die Kindergärtnerinnenausbildung in Bozen bzw. eine Matura mit pädagogischer Fachrichtung.

Die Selbsteinschätzung zu den Fachkenntnissen schwankt zwischen mäßig und gut.

Nur eine einzige Fachkraft bezeichnet ihre Voraussetzungen als sehr gut.

Die fachdidaktischen Voraussetzungen, die aufgrund von gezielten mathematischen Fortbildungen und Literaturstudium genannt werden, sind sehr gering. Nur zwei bis vier

Teilnehmerinnen haben einen Lehrgang, bzw. mehrtätige Fortbildungen zu mathematischer Bildung besucht.

*Erkenntnisse*

*Das formale Ausbildungsniveau ist niedrig, die Selbsteinschätzung der Fachkräfte liegt optimistisch bei mäßig bis gut, die fachdidaktischen Voraussetzungen aufgrund von Literaturstudium und besuchten Fortbildungen zu mathematischer Bildung sind sehr gering.*

**3. ERHEBUNG DER WÜNSCHE UND ERWARTUNGEN AN DIE  
ARBEIT IM WERKKREIS**

Der Wunsch nach Erfahrungsaustausch, neuen Anregungen und Wegen für die Umsetzung mathematischer Bildung ist sehr groß.

*Erkenntnis*

*Die Fachkräfte sind für Weiterentwicklung ihrer Möglichkeiten im Bereich „Mathematische Bildung“ sehr aufgeschlossen und interessiert.*



*Interpretierte Gesamterkenntnisse aus den Forschungen im Werkkreis*

*Die Wünsche und das Engagement der Teilnehmerinnen in den Werkkreistreffen signalisieren deutlich die Bereitschaft, sich auf neue Wege zu begeben.*

*Da die fachdidaktischen Kompetenzen laut Fremdseinschätzung fast durchgehend gering und die Kenntnis von didaktischen Konzepten aufgrund mangelnder Fortbildungen zum größten Teil völlig fehlt, sind die meisten Fachkräfte ausschließlich in der Lage, elementare, mathematische Grunderfahrungen zu unterstützen.*

*Kompetente und bewusst arrangierte Unterstützung der Entwicklung vertieften, mathematischen Verständnisses ist nicht gegeben und so die Umsetzung des Bildungsauftrags gefährdet.*

*Um von den für die Arbeit mit mathematischen Lernumgebungen unbedingt notwendigen Fachfrauen für mathematische Bildung sprechen zu können, ist ein beträchtlicher Entwicklungsweg zurückzulegen.*

*Es ist aufgrund der Zusammensetzung der Stichprobe (Anteil Kindergärtnerinnen und Pädagogische Mitarbeiterinnen zu je 50 %; formaler Bildungsabschluss; Alter) anzunehmen, dass die Aussagen großteils relational auf die Gesamtheit der Fachkräfte im Kindergartensprengel übertragen werden können, da die qualifikatorische Zusammensetzung der Stichprobe jener der Grundgesamtheit ähnlich ist.*

## HYPOTHESENPRÜFUNG

Durch die Studie konnten alle Hypothesen mit Ausnahme von Unterhypothese 5 voll bestätigt werden.

**Für die Haupthypothese 1 und deren vier Unterhypothesen erbrachten sowohl die schriftliche Befragung als auch die Besuche in den Kindergärten eindeutig positive Befunde.**

### **Haupthypothese 1**

Es gibt einen Zusammenhang zwischen dem Vorhandensein einer mathematischen Lernumgebung in Kindergärten und der Kenntnis von Konzepten für frühe mathematische Bildung aufgrund von Ausbildung, Literaturstudium oder Fortbildung.
--

#### Unterhypothese 1

Bewusst gestaltete Lernumgebungen für Mathematik sind auch in Kindergärten des Sprengels Brixen noch selten.

#### Unterhypothese 2

Mathematische Bildung erfolgt im Kindergartenalltag vielfach unbewusst und unreflektiert oder in sporadisch organisierten Bildungsangeboten.

#### Unterhypothese 3

In den Kindergärten des Sprengels Brixen sind zwar verschiedene Materialien mit mathematischem Gehalt vorhanden. Sie werden aber nicht gezielt und bewusst für die Unterstützung mathematischer Bildung eingesetzt.

Materialien haben vielfach deshalb keinen Platz, der signalisiert, dass es in diesem Bereich/Raum um Mathematik geht, weil den Fachkräften aufgrund geringen Wissens um die Organisation von mathematischer Bildung dieser Bereich selber noch nicht wichtig ist.

#### Unterhypothese 4

Fachkräfte, welche eine spezielle Lernumgebung für Mathematik bereitstellen, verfügen über mehr didaktisches Fachwissen und kennen eher Konzepte für Mathematik aus Ausbildung, Literaturstudium oder Fortbildung, als wenn Mathematik nur im Alltag erfolgt.

**Für die Haupthypothese 2 und die Unterhypothese 6 konnten die Besuche in den Kindergärten und die Materialerkundung bestätigende Befunde erbringen.**

**Unterhypothese 5 kann als nicht bestätigt gelten. Die Erläuterung ist nachfolgend angeführt.**

#### **Haupthypothese 2:**

Es lässt sich in der Aufbereitung der mathematischen Lernumgebung (wie und was) ein Zusammenhang erkennen zwischen Erklärungsweise der praktischen Didaktik und Qualifikation der Fachkräfte (Hintergrundwissen) durch zusätzliche Fortbildungsmaßnahmen.
---

#### **Unterhypothese 5**

Die bestehenden Lernumgebungen orientieren sich noch kaum an Bereichen aus den Zielen der Rahmenrichtlinien. Die Lernumgebungen sind relativ unsystematisch aufgebaut und für das Lernen in den verschiedenen Bereichen noch dürftig ausgestattet.

Zu Unterhypothese 5 muss eingeräumt werden, dass drei der besuchten Lernumgebungen bereits eine hohe Systematik aufweisen und zwei davon für alle Bereiche aus den Rahmenrichtlinien eigentlich gut ausgestattet sind. Es sind dies die Lernumgebungen, die im Sprengel wahrscheinlich zu den besten gehören. Sie können mit der Lernumgebung aus dem Montessorikindergarten zu jenen Kindergärten gehören, von denen andere Fachkräfte durch Hospitationen, Besuche und Workshops lernen können.

#### Unterhypothese 6

Viele pädagogische Fachkräfte haben wenig fachdidaktisch relevante Kenntnisse (viel Probierhandlung), um eine gute mathematische Lernumgebung einzurichten und eine angemessene Lernbegleitung zu bieten, jedoch Interesse und Einsicht in die Notwendigkeit einer gezielten Weiterbildung diesbezüglich.

## **DIE GESAMTERGEBNISSE und GESAMTERKENNTNISSE AUF DEN PUNKT GEBRACHT**

Aus der Zusammenschau eben vorgestellter Gesamtergebnisse, lassen sich folgende Kernaussagen ableiten:

- Alle drei durchgeführten Forschungen belegen, dass die Unterstützung mathematischer Bildung durch Lernumgebungen erst in den Anfängen steckt.
- Die verschiedenen Befunde machen deutlich, dass das eher sozialpädagogisch fundierte Denken, durch die geringe fachliche Aus- und Fortbildung, noch sehr in den Köpfen verhaftet ist und der Großteil der Kindergärten im Bereich der mathematischen Bildung noch weit davon entfernt ist, den Erwartungen an eine Bildungseinrichtung zu entsprechen.
- Es besteht bei fast allen Fachkräften großer Qualifizierungsbedarf und zwar in Aspekten wie:
  - mathematisches Grundlagenwissen in den Bereichen, die der Rahmenplan vorgibt
  - mathematikdidaktisches Wissen und Können, insbesondere mathematikdidaktische Kreativität, Kenntnisse zur Nutzung mathematischer Lernumgebungen
  - Fähigkeit zur Beurteilung vorgefertigter mathematikdidaktischer Konzepte bzw. Materialien einschließlich Kriterien für ihre fachliche Tauglichkeit im Kontext des Entwicklungsstandes der Kinder
  - Wissen über mathematische Lernprozesse von Kindern, Kompetenz zur Begleitung dieser Lernprozesse bei Kindern.
- Eine so umfangreiche Qualifizierung, die zudem flächendeckend greifen sollte, benötigt einen Entwicklungsplan. Es müssen Ressourcen für die Lernzeit des Systems eingeplant werden.

## **DISKUSSION MIT HILFE ANDERER FORSCHUNGSERGEBNISSE**

Bereits in der Einleitung und in Kapitel 1 wurde die Studie von Thiel in Berliner Kindergärten, die EPPE- Studie und deren Folgestudien, sowie eine provokante Aussage zum mathematischen Qualifizierungsstand von pädagogischen Fachkräften von Kurt Hess erwähnt. Sie bilden die Grundlage, um die Ergebnisse meiner Studie in einen größeren Zusammenhang stellen zu können.

Die erste, größere europäische Längsschnittstudie zur Erforschung der Effektivität frühkindlicher Bildung bei Fremdbetreuung, EPPE (Effective Provision of Pre-School Education), die seit 1997 bis heute in England in Kooperation von Wissenschaftler/innen verschiedener Universitäten als Längsschnitt durchgeführt wird, zeigt, dass eine gute Bildungsqualität in der Tagesstätte für Kinder bis ins Grundschulalter hinein sowohl im kognitiven, als auch im sozialen Bereich Vorteile bringt. Die aktuellen Ergebnisse der EPPSE Studie (EFFECTIVE PRE-SCHOOL, PRIMARY AND SECONDARY EDUCATION) sind hier von besonderem Interesse. So zeigte eine hochwertige vorschulische Bildung sogar noch bei 14jährigen Kindern im Bereich der Mathematik Wirkung: „Pre-schools judged as effective at promoting early number concepts had a continuing influence on Year 9 students’ maths and science” (Taggart 2012, Summary of Key Findings KS3).

Was Kennzeichen hochwertiger vorschulischer Bildung bzw. Fremdbetreuung sind, wurde in der Folgestudie REPEY (Researching Effective Pedagogy in the Early Years) durch Forschungen in 14 Einrichtungen, die bei EPPE am besten abgeschnitten hatten, erkannt. Dabei konnten „emotional und interaktiv intensive Erzieherin-Kind-Beziehungen, eine höhere Qualifikation des Personals, mehr Wissen der Fachkräfte über das Curriculum und die Entwicklung von Kleinkindern sowie ein hochwertiges pädagogisches Angebot in Bereichen wie Sprachentwicklung, kognitive Förderung, Mathematik und Literacy“ (Textor 2002, <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1615>) als Indikatoren einer guten Fremdbetreuung benannt werden.

Thiel (2010) führte in Berliner Kindergärten von 2007 bis 2009 eine Untersuchung zu Rahmenbedingungen mathematischer Bildung mit folgender Forschungsfrage durch: „Welche strukturellen, einstellungsbezogenen und prozessualen Rahmenbedingungen der

mathematischen Bildung im Kindergarten wirken sich besonders positiv auf die Entwicklung des mathematischen Denkens der Kinder aus“ (Thiel 2010, mathematische Bildung in Berliner Kindergärten) ?

Die Untersuchung von Thiel konnte zeigen, dass es sich auf den Zuwachs mathematischer Kompetenz im letzten Kindergartenhalbjahr signifikant positiv auswirkt, wenn die Erzieherin angab, dass wegen des Bildungsprogramms neue Lerngebiete eingeführt worden waren und eine Lernwerkstatt oder spezielle Räume für die mathematische Bildung zur Verfügung standen, in denen die Kinder das Material, mit dem sie arbeiteten, selbst wählten.

Zudem war es positiv, wenn die Erzieherin eine Fortbildung zur Didaktik besucht hatte.

Daraus resümiert Oliver Thiel:

„Meine Untersuchung zeigt, dass Strukturbedingungen nur einen kleinen Einfluss auf die mathematische Kompetenzentwicklung der Kinder haben. Einen bedeutenden Einfluss haben jedoch pädagogische Überzeugungen. Um die frühe mathematische Bildung zu verbessern, ist demnach vor allem eine bessere Ausbildung der Erzieherinnen wichtig (Thiel 2010, Mathematische Bildung in Berliner Kindergärten).

Die englische EPPE-Studie und deren Folgestudien sowie die Berliner Studie von Thiel bestätigen meine Annahme, dass mathematische Lernumgebungen ein Qualitätszeugnis einer elementaren Bildungseinrichtung sind und dass die professionelle Arbeit darin sich positiv auf die Entwicklung des mathematischen Verständnisses bei Kindern auswirkt.

Letztere Aussage bei guten Lernumgebungen im Sprengel Brixen zu überprüfen, wäre eine Anregung für eine weitere große Forschungsarbeit.

Auch die Aussage des Schweizer Mathematikdidaktikers Kurt Hess, Spezialist für mathematisches Lernen vier- bis achtjähriger Kinder: „Erzieherinnen bzw. Kindergartenlehrkräfte haben keinen genügend klaren Auftrag oder wenig gesichertes Wissen bezüglich mathematischer Vorläuferfertigkeiten und der Gestaltung des Fachunterrichts, der zur Lernkultur des Kindergartens passt“ (Hess 2012, S.14), kann im Bereich, den das fachdidaktische Wissen anbelangt, durch meine Studie wohl großteils auch für den Kindergartensprengel Brixen bestätigt werden.

Mit Spannung sind die Ergebnisse der Anschluss-M Studie zu erwarten. In Zusammenarbeit zwischen der Universität Bremen und der pädagogischen Hochschule Freiburg wird zurzeit unter der Gesamtleitung von Professorin Ursula Carle eine mit 700.000 Euro geförderte Studie über mathematische „Beliefs“ und Handlungsweisen von ErzieherInnen und GrundschullehrerInnen (vgl. Carle 2012, Anschluss-M) durchgeführt. Die Ergebnisse sollen genutzt werden, um verschiedene Maßnahmen zu entwickeln und zu erproben, wie Eltern und Fachkräfte für eine anschlussfähige mathematische Bildung sensibilisiert werden können.

## **FAZIT**

Die Ergebnisse meiner Studie zeigen deutlich, dass die in „PREPEY“ genannten guten Bedingungen für Kinder im Bereich der mathematischen Bildung noch nicht vorhanden sind. Aufgrund der Befunde zu den fachdidaktischen Voraussetzungen weisen sie, ebenso wie die Ergebnisse bei Thiel, ganz entschieden in Richtung Qualifizierung der Fachkräfte.

Erst durch geeignete Fortbildungen zur Unterstützung mathematischer Entwicklung und Weiterentwicklungsmaßnahmen zur Einrichtung mathematischer Lernumgebungen im Kindergartensprengel Brixen werden die pädagogischen Fachkräfte in der Lage sein, Materialien gekonnt zu arrangieren, mathematische Bildungsprozesse bewusst herauszufordern und Kinder zu unterstützen, damit diese auch vertieftes, mathematisches Verständnis erwerben können.

Es ist zu wünschen, dass diese Qualifizierung bald erfolgt, damit die Kinder die Vorteile professioneller Unterstützung, die im Rahmen einer Bildungseinrichtung zu erwarten ist, für ihre Entwicklung nutzen und die Kindergartenfachkräfte ihrem Bildungsauftrag laut Rahmenrichtlinien nachkommen können.

Vorrangig sind aufgrund der Befunde Maßnahmen und Hilfen für eine Qualifizierung, die mit den bereits einsatzbereiten Möglichkeiten die Entwicklung von Fachkompetenz im Kindergartensprengel Brixen wirksam unterstützen können.

## **7.2 Maßnahmen zur Professionalisierung der pädagogischen Fachkräfte im Kindergartensprengel Brixen**

Die Forschungsergebnisse aus meiner Studie in Kindergärten des Kindergartensprengels Brixen im Kindergartenjahr 2011-12 zeigen deutlich auf, dass verschiedene Maßnahmen zur Unterstützung und Qualifizierung der pädagogischen Fachkräfte angebracht sind, damit mathematische Bildung, dem Bildungsauftrag der Rahmenrichtlinien entsprechend, durchgeführt werden kann.

Damit eine spürbare Qualitätssteigerung der mathematischen Bildung in den Kindergärten erfolgen kann, muss eine fachdidaktische Weiterentwicklung der pädagogischen Fachkräfte durch verschiedene Maßnahmen, die auch unterschiedliche Entwicklungsniveaus und Möglichkeiten der pädagogischen Fachkräfte berücksichtigen, in die Wege geleitet werden. Wichtig dabei ist, dass die Qualifizierungsangebote so konzipiert werden, dass sie von den Fachkräften angenommen werden und sie befähigen sich selbst weiterzubilden und zwar einerseits durch das Studium von weiterführender Fachliteratur und andererseits durch den Transfer des Erlernten. Der Transfer kann durch die Auseinandersetzung mit der Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung gelingen.

Als erste Maßnahmen könnte im November, Dezember oder Jänner in Absprache mit den Vorgesetzten des Kindergartensprengels eine Präsentation der Ergebnisse dieser Studie im Rahmen einer Leiterinnensitzung erfolgen. Diese Präsentation könnte in den Räumlichkeiten des Sprengels, aber auch im Montessorikindergarten Kinderdorf stattfinden.

Bereits im Voraus kann gute Literatur (wie unter 7.4 angeführt) angekauft werden, die bei dieser Gelegenheit ausgestellt und von den Kindergärten ausgeliehen werden kann.

Ebenso sollte bei diesem Treffen, in Anlehnung an die materiell/strukturellen Checklisten in Abschnitt 7.3 in dieser Laureatsarbeit, eine mathematische Lernumgebung vorbereitet sein, um das Interesse der Leiterinnen zu wecken und ihnen Lust auf die Veränderung in ihrem Kindergarten zu machen.



Parallel dazu soll, wie in Absprache mit der stellvertretenden Direktorin Martha Schatzer Delueg schon geplant, die Ausbildung von Fachfrauen bzw. Multiplikatorinnen im Rahmen der Werkkreise weiter unterstützt werden. Das ist vor allem deshalb erforderlich, weil es bislang auch im Fortbildungsbereich noch zu wenige Fachkräfte gibt, die andere für die festgestellten Kompetenzbereiche ausbilden können. Diese Bereiche wurden in der Auswertung der Untersuchung bereits genannt:

- mathematisches Grundlagenwissen in den Bereichen, die der Rahmenplan vorgibt
- mathematikdidaktisches Wissen und Können, insb. mathematikdidaktische Kreativität, Kenntnisse zur Nutzung mathematischer Lernumgebungen
- Fähigkeit zur Beurteilung vorgefertigter mathematikdidaktischer Konzepte bzw. Materialien einschließlich Kriterien für ihre fachliche Tauglichkeit im Kontext des Entwicklungsstandes der Kinder
- Wissen über mathematische Lernprozesse von Kindern, Kompetenz zur Begleitung dieser Lernprozesse bei Kindern.

Folgende Inhalte sind aufgrund der Forschungsergebnisse dabei anschlussfähig an die derzeitige Alltagserfahrung potentieller Multiplikatorinnen:

- Kennenlernen von didaktischen Konzepten
- Ebenen der Unterstützung mathematischen Verständnisses
- Bedeutung der Sprache für die mathematischen Verständnisprozesse
- Interaktion und Kommunikation bei der Unterstützung mathematischen Verständnisses
- Möglichkeiten der geeigneten Materialauswahl und des sinnvollen Arrangements
- Beobachtungs- und **Dokumentationshilfen**,...und
- immer wieder Austausch der Erfahrungen.

Weniger anschlussfähig ist vermutlich das ebenfalls erforderliche mathematische Grundlagenwissen. Es müsste über die genannten Inhalte mitvermittelt werden.

Die ausgebildeten Moderatorinnen sollten dann in der Lage sein, in ihren Kindergärten gute mathematische Bildung umzusetzen, zu erproben und Kolleginnen zu beraten. Sie werden jedoch, um als Moderatorinnen tätig werden zu können, auch weiterhin noch

fachliche Weiterbildung und kollegiale fachliche Supervision benötigen. Es sollte dafür im Sprengel eine Struktur aufgebaut werden, die beispielsweise wie folgt aussehen könnte:

Es könnte ein Expertinnenaustausch zwischen Fachfrauen, die bereits Praxiserfahrungen mit einer mathematischen Lernumgebung haben, organisiert werden.

Diese Fachfrauen für mathematische Bildung sollten dann auch gemeinsam Fortbildungen, wie die von Kurt Hess im Jänner 2013 besuchen können und ihr Wissen wieder an andere Interessierte weitergeben.

Ebenso wären eine beratende Zusammenarbeit mit Ingrid Harder vom Pädagogischen Beratungszentrum in Brixen sowie ein Austausch der Erfahrungen mit den Fachkreisleiterinnen für Mathematik im Kindergartensprengel Neumarkt sinnvoll.

Aus dieser Gruppe von Expertinnen kann sich die Einrichtung von Konsultationskindergärten für mathematische Bildung entwickeln.

In den Konsultationskindergärten könnten Workshops in konkreten Lernumgebungen für interessierte Kindergartenteams stattfinden sowie individuelle Hilfestellungen beim Einrichten der mathematischen Lernumgebung geplant werden.

Durch regelmäßige Austauschtreffen der Teams mit anderen Fachkräften aus Kindergärten, die auch erste Erfahrungen sammeln, müsste die Verwirklichung gelingen. Idealerweise finden die Treffen in den verschiedenen beteiligten Kindergärten statt, damit die unterschiedlichen Umsetzungswege auch gesehen, gewürdigt und gemeinsam diskutiert werden können.

Moderiert werden könnten diese Treffen von einer pädagogischen Fachkraft eines Konsultationskindergartens.

Durch die drei vorgestellten Aktionsstränge müsste eine spürbare Qualifizierung der Fachkräfte gelingen und die Unterstützung mathematischer Entwicklung in allen Kindergärten auf ein höheres Niveau gebracht werden.

Ich denke, die vorgestellten Maßnahmen sind ein brauchbarer Vorschlag für die Fortbildungsplanung im Kindergartensprengel Brixen und ein zumutbarer Weg für die

pädagogischen Fachkräfte. „Denn Menschen nehmen nur dann Dinge in Angriff, wenn sie sich ihnen gewachsen fühlen“ (Müller 2008, S. 41).

Günstige Voraussetzungen für die Umsetzung des vorgestellten Entwicklungsweges sind da, weil die materielle Grundausstattung großteils vorhanden ist, die Weiterentwicklungsnotwendigkeiten erforscht und das Interesse der Fachkräfte schon geweckt ist. Und bekanntlich sind Interesse und Begeisterung ansteckend!

Anzumerken ist noch, dass aufgrund der ersten Forschungsergebnisse der schriftlichen Befragung, dank finanzieller Unterstützung des Sprengels, bereits Sanduhrensets, Mathebärchen, Sandpapierziffern, große Schaumstoffwürfel (Abb. 31), Balkenwaage (Abb.45) sowie das Fachbuch „MATHEKINGS“ für alle Kindergärten angekauft worden sind. Dies zeigt auch das bereits vorhandene Wohlwollen der Verantwortlichen im Sprengel gegenüber meiner Forschungsarbeit.

Eine gehörige Portion Selbstwirksamkeitserfahrungen ist den zukünftigen Fachfrauen für mathematische Bildung durch die Arbeit mit der mathematischen Lernumgebung und dem Austausch mit Kolleginnen garantiert. Und das ist auch gut so, denn eine „Erhöhung der Selbstwirksamkeit korrespondiert mit größerer Lern- und Leistungsfreude. Und umgekehrt“ (Müller 2008, S. 41).

### **7.3 Erste Skizze von Checklisten zur Einrichtung einer mathematischen Lernumgebung**

Der Begriff Checkliste bezeichnet eine Prüfliste aufgrund von Kriterien und wird im folgenden Abschnitt nur für den materiellen Aspekt der mathematischen Lernumgebung geliefert. Kriterien für den strukturellen Aspekt einer Checkliste sind in nachstehendem Fließtext zu finden.

Der dritte Aspekt, der für den Entwurf der Gesamtkonzeption einer mathematischen Lernumgebung abgedeckt sein muss, betrifft die konkrete Arbeit in und mit der Lernumgebung und erfordert den Besuch einer fachdidaktischen Fortbildungsreihe zur Einführung in die Arbeit mit der Lernumgebung. Genannter Aspekt, kann meiner momentanen Einschätzung nach, kaum durch eine knappe Prüfliste wirksam unterstützt werden und wird deshalb auch hier nicht ausgearbeitet.

Eine Handreichung unter professioneller Begleitung dazu zu verfassen könnte ich mir im Laufe des Qualifizierungsprozesses der pädagogischen Fachkräfte, welcher sicher wieder neue Erkenntnisse hervorbringt, allerdings gut vorstellen.

Ob diese Handreichung zur Arbeit mit einer mathematischen Lernumgebung Realität wird, hängt jedoch nicht zuletzt von der Annahme des Entwicklungsplans und der damit zusammenhängenden zeitlichen Ressourcen, sowie den Prozess begleitenden Maßnahmen ab, die mir bzw. anderen Expertinnen für mathematische Lernumgebungen zur Verfügung gestellt werden.

Themen für die Handreichung wären neben den in dieser Arbeit vorgestellten strukturell/materiellen Aspekten zum Beispiel: Regeln für die Arbeit in der Lernumgebung, Hilfen zur Beobachtung und Dokumentation, Tipps für die personelle Organisation und Erfahrungsberichte von Einführungen mathematischer Lernumgebungen bzw. ausgearbeitete Konzeptionen von bestehenden Einrichtungen mathematischer Lernumgebungen.

Im Folgenden werden wichtige strukturelle und materielle Aspekte vorgestellt:

### **Strukturelle Aspekte**

Eine mathematische Lernumgebung muss als spezifischer Ort sichtbar sein und soll den inhaltlichen Bereich, für den sie da ist, vollständig und auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus abdecken, also der Sache und dem Kind gerecht werden.

Die Lernumgebung muss so eingerichtet sein, dass sie zum Zugreifen und zugleich zum Ordnung halten einlädt. Wenn Kinder die Übersichtlichkeit der Anordnung als Gewinn erleben, fällt es ihnen leichter, nach dem Spiel (bzw. der Arbeit) alles wieder geordnet zurück zu legen, damit es anderen auch zugänglich ist.

Eine mathematische Lernumgebung, wie sie als Ergebnis der Auseinandersetzung in dieser Laureatsarbeit zu verstehen ist, bezeichnet einen Ort, an dem die Kinder zuverlässig Material finden, das ihnen ermöglicht, Erfahrungen auf allen drei Ebenen der Entwicklung mathematischen Verständnisses zu machen:

- „Mathematische Grunderfahrung
- Sprachlicher Ausdruck und
- Vertiefung des Verständnisses“

(Fthenakis 2009, S. 14f).

Ausführlichere Erläuterungen dazu gibt es in Kapitel 3.1, S. 47f dieser Arbeit.

Die vorgestellte Materialauswahl deckt deshalb zum einen alle inhaltlichen Bereiche aus den Rahmenrichtlinien ab, bietet zusätzlich Herausforderungen für Problemlösungsverhalten, Wahrscheinlichkeit und Statistik und legt zum anderen auch Wert darauf, dass verschiedene Anspruchsniveaus abgedeckt sind.

Die Materialien sind in offenen Regalen einladend präsentiert. Alles Zusammengehörige ist auf einem Tablett oder in anderen, ästhetischen Behältern griffbereit.

Die Materialien sind bereichsweise angeordnet, damit auch das Thema der Lernumgebung sofort sichtbar wird, z. B: Hier geht es um Muster, oder Mengen, Ziffern, Zahlen,....

Materialien für die Grunderfahrungen sind weiter unten im Schrank ausgestellt, da sie vor allem von jüngeren Kindern genutzt werden, anspruchsvollere Materialien weiter oben. So haben Kinder auch hinsichtlich der Schwierigkeitsniveaus eine Orientierung.

Wenn eine didaktische Reihe in einem Materialset ersichtlich ist, ist es günstig, die entsprechenden Materialien (wenigstens bei uns in Europa) von links nach rechts anzuordnen, damit die Kinder die aufbauende Folge in Schreibrichtung wahrnehmen können.

In den Regalen sind Fotos der Materialien angebracht, die das Aufräumen erleichtern und zudem eine gute Zuordnungsübung darstellen.

Günstig ist es außerdem, wenn der gesamte Bereich einen Namen trägt, z.B. Matheatelier, Mathebereich,... oder die Teilbereiche mit Namen versehen sind, z. B. Musterland, Sortierinsel,....

Für wirklich gute Arbeitsbedingungen im Mathebereich wird weiters eine freie Bodenfläche, auf der Kinder mit „Montessoriteppichen“ arbeiten können und auch ein Tisch benötigt.

### **Materielle Aspekte**

Die nachfolgende Liste möglicher Materialien zu den verschiedenen Bereichen des Rahmenplans hat nicht den Anspruch auf Vollständigkeit, sondern führt besonders geeignete Materialien an, die ich durch Literaturrecherche und fachlicher Auseinandersetzung im Laufe der Laureatsarbeit, durch persönliche fachdidaktische Ausbildung im Rahmen der Montessoriausbildung, durch Fortbildungen zu mathematischer Bildung und durch Besuche in mathematischen Lernumgebungen der Kindergärten kennengelernt habe.

Die Liste bietet Anregungen für die verschiedenen Inhaltsbereiche und Niveaus und berücksichtigt auch Materialien aus den in Kapitel 4 als empfehlenswert eingeschätzten Konzepten.

Die Materialliste ist sicher eine Hilfe bei der Einrichtung einer hochwertigen Lernumgebung.

Wie aus den Ausführungen in Kapitel 3 bis 6 verständlich geworden ist, können mit den meisten Materialien Erfahrungen auf allen drei Ebenen zum Aufbau mathematischen Verständnisses gemacht werden. Diese Möglichkeiten hängen neben der Materialbeschaffenheit jedoch ganz wesentlich vom fachdidaktischen Können und der Interaktionskompetenz der begleitenden pädagogischen Fachkraft ab.

Besagte Kompetenz kann nicht durch eine Liste erworben werden, sondern verlangt gezielte fachdidaktische Fortbildung, wie sie für die Werkkreise im Sprengel im Entwicklungsplan des vorhergehenden Abschnitts vorgestellt worden ist.

Die Reihenfolge der Auflistung ist meistens, aber nicht immer auch mit dem Ansteigen des Schwierigkeitsgrades gleichzusetzen.

Die inhaltliche Einteilung orientiert sich an den vorrangigen Zielen und Stärken der Materialien. Die meisten, der einem bestimmten Bereich zugeteilten Materialien haben auch Potential zum Aufbau von mathematischen Fähigkeiten in andern Inhaltsbereichen. Dieses Potential zu nutzen, liegt wieder in der Fachkompetenz der begleitenden pädagogischen Fachkraft.

**1. Bereich: „Klassifizieren und Sortieren nach Merkmalen“** (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

- ✚ Krimskramskorb
- ✚ Spiele zum Zuordnen
- ✚ Behälter mit Tieren (z.B. Wassertiere, Landtiere, Vögel)
- ✚ Behälter mit verschiedenen Blüten (Kunststoff), geometrischen Formen, Naturmaterialien
- ✚ Verschiedene Übungen des täglichen Lebens zum Sortieren nach Maria Montessori
- ✚ Bildkarten mit Tieren aus verschiedenen Tierklassen, Fahrzeugtypen, Pflanzen,...

**2. Bereich: „Entdecken, Beschreiben und Herstellen von Mustern und Reihenfolgen“** (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

- ✚ Schachtelset
- ✚ Matruska
- ✚ Set von 10 oder 20 Blumenuntersetzern (Durchmesser 6 cm bis 24 cm bzw. 44 cm)
- ✚ Übung zum Zopfflechten nach Maria Montessori (Eichelberger 1999, S.42)
- ✚ Gefäße mit schönen Gegenständen wie Knöpfen, Steinen, Muggelsteinen, Schnüren
- ✚ Mathebärchen (Hoenisch/Niggemeyer 2007, S. 41)
- ✚ Fädelhände und Steckwürfel (Mathe Basic Kiga- Set 0-20 von der Betzold Firmengruppe, Ausleihe im Kindergarteninspektorat möglich)
- ✚ Auswahl an Konstruktionsmaterialien wie Lego, Konstri, Geomag, Prismo
- ✚ Behälter mit Perlen mit überschaubarer Farb- und Formenmenge + Sortiertablets zum Vorbereiten der Reihen.
- ✚ Steckbretter
- ✚ Montessorimaterialien zu den Dimensionen und zur Geometrie
- ✚ Materialien zum Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 1+2 (Wittmann & Müller 2010b, 2010c)

**3. Bereich: „Erkennen zeitlicher Ordnung und Verstehen und Verwenden von Zeitangaben“** (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

- ✚ Kalender
- ✚ Visualisierungen des Tages-, Wochenablaufs
- ✚ Sanduhrenset und verschiedenste Uhren
- ✚ Materialien zur kosmischen Erziehung von Maria Montessori (Beziehung: Erdumdrehung- Sonne- Zeit; Globus, Lampe, Jahreskreis)



#### 4. Bereich: „Erleben, Beschreiben und Vermessen von Raum und Form“

(Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

Ein Baubereich mit großen Bauklötzen und ein Bewegungsbereich für elementare Raumerfahrungen müssen selbstverständlich neben den Erfahrungen mit kleineren Materialien, die Kinder im Mathebereich machen können, vorhanden sein. Wichtig ist es, auch im Baubereich gezielt mathematische Erfahrungen anzuregen und bis zur dritten Ebene des Verständnisses möglich zu machen.

- ✚ Tangram
- ✚ Materialien und Vorlagen zum Falten
- ✚ Geometrische Körper und Flächen (z. B. von Maria Montessori)
- ✚ Gleiches Material in großer Menge, z. B. viele Würfel, Eislöffel, 1-Cent-Münzen (Lee 2010, S. 4-14), aber auch Dreiecksbausteine oder Kaplahölzer
- ✚ Spiele mit Spiegeln (Spiegelplatten und geometrische Materialien, Alltagsgegenstände,...),
- ✚ Spiele zur Symmetrie aus dem „Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 2“ (Wittmann & Müller 2010c, S. 6ff und „Das kleine Formenbuch. Teil 1: Legen-Bauen-Spiegeln“ (Müller & Wittmann 2004d)
- ✚ Verschiedenste Schüttübungen nach Maria Montessori mit festem und flüssigem Inhalt (Eichelberger 1999, S. 44; Sensor Verlag Pichler 2004, S. 64-78)
- ✚ Schüttübungen (auch mit großer Menge und großen Behältern)
- ✚ Messbecher, Waagen, Messbänder in verschiedenen Längen, Zollstöcke, Fußmessgerät
  
- ✚ Fotos und Skizzen mit Bauwerken
- ✚ Papier und Schreibzeug zum Skizzieren, Pläne von Architekten

**5. Bereich: „Umgang mit Mengen, Zahlen und Ziffern“** (Deutsches Schulamt 2008, S. 38)

- ✚ Mengen- Symbol Zuordnungsspiele (Hoenisch/Niggemeyer 2007, S. 56; S. 68) und Abb. 19 in dieser Arbeit)
- ✚ Apfelspiel (Verbindung von Menge und Symbol von 0-9; gesehen im Kindergarten Völser Aicha und im Montessorikindergarten)
- ✚ Mengen-Zahlensymbolpuzzles
- ✚ Würfelspiele wie: Sechser runter (gesehen im Kindergarten Völser Aicha und Rosslauf), Würfel und Bälle (Abb. 39 in dieser Arbeit), Räuber und Goldschatz, (Wittmann & Müller 2010c, S. 22; S. 34), Voll besetzt (Wittmann & Müller 2010b, S.23)
- ✚ Domino mit Würfelbildern und Zahlensymbolen
- ✚ Spiel zu unstrukturierter und strukturierter Mengenerfassung (Wittmann & Müller 2010c, S. 28f)
- ✚ Arithmetikmaterialien von Maria Montessori: numerische Stangen, Spindelkasten, Ziffern und Chips,...Goldenes Perlenmaterial (Eichelberger 1997, S. 65-73; Sensor Verlag Pichler, S. 339-516)
- ✚ Zählbücher (z. B. Wilde Piratenwelt von Jones & Glower 2007)
- ✚ Zählgläser und Schätzgläser (Hoenisch/Niggemeyer 2007, S.75)
- ✚ Zahlenmatten von 1-20 (Abb. 44)
- ✚ Fußtritte mit Zahlen am Boden (Abb. 27)
- ✚ Zahlen-, Würfel- und Fingerbilder auf Treppen
- ✚ Sandpapierziffern
- ✚ Tafel zum Schreiben und Rechnen
- ✚ Schreibzeug und Papier
- ✚ Little Professor solar von Texas Instruments für einfache Operationen
- ✚ Box mit Euro- Spielgeld

## 6. Problemlösungskompetenz, Wahrscheinlichkeit, Statistik

Problemlösungskompetenz/Strategiespiele:

- ✚ Das mathematische Tagesproblem (Hoenisch/Niggemeyer 2007, S. 23-27)
- ✚ Plätze tauschen, KO- No (Wittmann & Müller 2010b, S. 33, S. 9)
- ✚ Rot gegen Blau, Klettern (Wittmann & Müller 2010c, S. 23, S.18)

Grunderfahrungen mit Wahrscheinlichkeit:

- ✚ Becher mit Würfel und Papier und Bleistift für Strichlisten
- ✚ Behälter mit gleichen Holzwürfeln

Grunderfahrungen zu Statistik:

- ✚ Verschiedene Anleitungen in Hoenisch/Niggemeyer 2007, S. 121-126

Verschiedene sehr gute Materialarrangements sind weiters auch noch in „Mit Kindern Mathematik erleben“ von Peter- Koop/Grüßing (2007) und „Spielerisch zur Mathematik. Spiele und Lernanregungen für den Alltag“ von Schilling/Prochinig (2008) und Hess (2012, S.149-152) zu finden.

Im folgenden, abschließenden Abschnitt des Entwicklungsausblicks ist eine Auswahl besonders geeigneter Literatur für unterstützendes Eigenstudium angeführt.

## 7.4 Empfehlenswerte Literatur für pädagogische Fachkräfte

Bostelmann, Antje (Hrsg.). (2009). *Jederzeit ist Mathezeit*. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.

Crowther, Ingrid (2005). *Im Kindergarten kreativ und effektiv lernen- auf die Umgebung kommt es an*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Ebbutt Sheila; Mosley Fran & Skinner Carole (2006) *Mathematische Grundbildung im Kindergarten*. Troisdorf: Bildungsverlag EINS.

Eichelberger, Harald (1999). *Handbuch zur Montessorididaktik* (3. Auflage). Innsbruck: Studien Verlag.

Erkert, Andrea (2008). *Das Zahlenspiele-Buch*. (+ CD)Münster: Ökotoxia.

Fthenakis, Wassilios E. - Schmitt, Anette - Daut, Marike - Eitel, Andreas & Wendell, Astrid (2009). *Natur-Wissen schaffen. Band 2. Frühe mathematische Bildung*. Troisdorf: Bildungsverlag EINS.

Hess, Kurt (2012) *Kinder brauchen Strategien. Eine frühe Sicht auf mathematisches Verstehen*. Seelze: Friedrich Verlag.

Hoenisch, Nancy - Niggemeyer, Elisabeth (2007). *Mathe-Kings. Junge Kinder fassen Mathematik an*. Weimar: verlag das netz.

Jones Rob, L. – Glower Teri (2007) *Wilde Piratenwelt*. Blindach: gondolino

Kramer, Martin - Schmidt-Halewicz Sabine (2010). *Geht der Winter im Sommer an den Nordpol?* Weinheim und Basel: Beltz Verlag

Lee, Kerensa (2010). *Kinder erfinden Mathematik. Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge*. Weimar, Berlin: verlag das netz.

Leuchter, Miriam (2010). *Didaktik für die ersten Bildungsjahre*. Seelze: Friedrich Verlag.

Müller, Gerhard N. - Wittmann, Erich Ch. (2004). *Das kleine Zahlenbuch. Band 1: Spielen und Zählen*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Müller, Gerhard. N. - Wittmann, Erich Ch. (2004). *Das kleine Zahlenbuch. Band 2: Schauen und Zählen*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Müller, Gerhard. N. - Wittmann, Erich Ch. (2004). *Das kleine Denkspielbuch. Probieren und Kombinieren*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Müller, Gerhard. N. - Wittmann, Erich Ch. (2004). *Das kleine Formenbuch. Teil 1: Legen-Bauen-Spiegeln*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Pauen, Sabina – Herber, Viktoria. (Hrsg.). (2009). *Vom Kleinsein zum Einstein*. Berlin: Cornelsen.

Peter-Koop, Andrea - Grüßing, Meike (2007). *Mit Kindern Mathematik erleben*. Seelze: Lernbuch Verlag.

Royar, Thomas - Streit, Christine (2010). *MATHElino. Kinder begleiten auf mathematischen Entdeckungsreisen*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Schilling, Sabine - Prochinig, Therese (2008). *Spielerisch zur Mathematik. Spiele und Lernanregungen für den Alltag* (2. Auflage). Schaffhausen: Schubi.

Sensor Verlag Pichler (Hrsg.). (2004). *Montessori Praxis*. (2. Auflage) Pullach: Sensor Verlag.

Spiegel Hartmut - Selter Christoph (2007) *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten*. (4. Auflage). Seelze: Klett/Kallmayer.

TPS –Theorie und Praxis der Sozialpädagogik (2010). *Mathematik erleben*. (10).

Wenzel, Claudia (2010). *Mit Montessori den Zahlenraum von 0-10 begreifen*. (4. Auflage). Donauwörth: AuerVerlag.

Verlag an der Ruhr (Hrsg.). (2005). *Mathebärchen: Auf dem Weg zum Zahlenraum bis 20. Von der Anschauung zum Abstrakten*. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.

Von der Beek, Angelika (2010). *Bildungsräume für Kinder von Drei bis Sechs*. Weimar und Berlin: verlag das netz.

Wittmann, Erich Ch. - Müller, Gerhard N. (2010). *Das Zahlenbuch. Begleitband zur Frühförderung*. Zug: Klett und Balmer Verlag.

Wittmann, Erich Ch. - Müller, Gerhard N. (2010). *Das Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 1*. Zug: Klett und Balmer Verlag.

Wittmann, Erich Ch. - Müller, Gerhard N. (2010). *Das Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 2*. Zug: Klett und Balmer Verlag.

## 8. Abschließende Gedanken

Mein persönlicher Entwicklungsprozess im Zuge der Laureatsarbeit war intensiv, teilweise zum Verzweifeln und doch auch wieder sehr beglückend. Die Zeit und Kraft, welche für die Verfassung dieser Arbeit erforderlich war, ist von mir gewaltig unterschätzt worden.

Ich weiß nicht, ob ich mir noch einmal ein so mutiges Ziel setzen würde. Trotzdem bin ich jetzt froh, es gewagt zu haben und kann mit Freude folgende überzeugte Erkenntnis senden:

Im Zusammenhang mit dem Aufbau mathematischer Kompetenzen in allen Teilbereichen ist es wichtig, dass Kinder aktiv hantieren und probieren können, dass sie aber auch dazu geführt werden, über ihr Tun nachzudenken, sich darüber mit anderen auszutauschen und ihre Strategie mitzuteilen. Auf diese Weise kann mathematisches Denken am besten und wirkungsvollsten unterstützt werden.

Pädagogische Fachkräfte im Kindergarten haben dabei eine große Aufgabe und ich große Lust mitzuhelfen, sie auf diesem Weg zu unterstützen. Denn, wie Ursula Carle (2010) treffend schreibt: „Doch der beste Bildungsplan, die besten Standards helfen nicht, wenn nicht zugleich in die Qualifikation des pädagogischen Personals investiert wird, damit es die Ansprüche des künftigen Bildungsplans erkennen und in regional angepasste Konzepte übersetzen kann (Carle, 2010 S. 67). Und in diesem Sinne möchte ich anregen abschließende Zeilen als Inspirationsquelle anzunehmen, um sich auf den Weg der Qualifizierung einzulassen.

Mathematik zu lieben wird leicht,  
wenn Kinder in der frühen Kindheit  
gekonnt und liebevoll angeregt werden,  
grundlegende Handlungserfahrungen zu machen,  
dabei unterstützt werden aufmerksam wahrzunehmen und  
Problemlösungen, durch eigenständiges Denken und  
im sprachlichen Austausch mit anderen, zu finden.

## Literaturverzeichnis

- Arnold, Magret (2011). *Kinder denken mit dem Herzen*. Weinheim und Basel: Beltz.
- Atteslander, Peter (2010). *Methoden der empirischen Sozialforschung* (13., neu bearbeitete und erweiterte Auflage). Berlin: Erich Schmidt Verlag.
- Bönsch, Manfred (2002). *Unterrichtsmethoden-kreativ und vielfältig*. Hohengehren: Schneider Verlag.
- Borzt, Jürgen, Döring, Nicola (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler* (4., überarbeitete Auflage). Heidelberg: Springer.
- Bostelmann, Antje (Hrsg.). (2009). *Jederzeit ist Mathezeit*. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.
- Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.). (1998). *Potentiale und Dimensionen der Wissensgesellschaft. Auswirkungen auf Bildungsprozesse und Bildungsstrukturen. Delphi- Befragung*. Bonn.
- Carle, Ursula (2012). *Anschluss-M: „Anschlussfähigkeit der mathematischen Überzeugungen und Praktiken von Erzieher/innen und Grundschullehrer/innen als Bedingung der Vernetzung von Elementar- und Primarbereich - eine repräsentative Studie in zwei Bundesländern“*. Zugegriffen am 15.08.2012 über [www.anschluss-m.uni-bremen.de](http://www.anschluss-m.uni-bremen.de)
- Carle, Ursula (2010). Curriculare und strukturelle Entwicklungen in Deutschland. In Leuchter, Miriam (Hrsg.), *Didaktik für die ersten Bildungsjahre*. Seelze: Friedrich Verlag.



- Carle, Ursula (2011, 28. Jänner). *Die gute Aufgabe gibt es nicht*. Zugegriffen am 20. Juli 2012 über [http://www.aufgabenqualitaet.uni-bremen.de/tagungsplan/vortraege/Carle20110128Die\\_gute\\_Aufgabe.pdf](http://www.aufgabenqualitaet.uni-bremen.de/tagungsplan/vortraege/Carle20110128Die_gute_Aufgabe.pdf)
- Cropley, Arthur J. (2008). *Qualitative Forschungsmethoden. Eine praxisnahe Einführung* (4. überarbeitete Auflage). Eschborn bei Frankfurt am Main/Magdeburg: Klotz.
- Deutsches Schulamt (Hrsg.). (2008). *Rahmenrichtlinien für den Kindergarten in Südtirol*. Meran: Medus.
- Eichelberger, Harald (1999). *Handbuch zur Montessori- Didaktik*. (3. Auflage). Innsbruck. Studien Verlag.
- Faust, Gabriele - Götz, Margarete - Hacker, Hartmut - Rossbach, Hans- Günther (Hrsg.). (2004). *Anschlussfähige Bildungsprozesse im Elementar- und Primarbereich*. Kempten: Klinkhardt.
- Flick, Uwe (2005). *Qualitative Sozialforschung. Eine Einführung* (3. Auflage). Hamburg: Rowolts.
- Friebertshäuser, Barbara - Langer, Antje - Prengel, Hannelore (2010). *Handbuch Qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft* (3., vollständig überarbeitete Auflage). Weinheim und München: Juventa.
- Friedl, Josef (2012). *Vorlesungsunterlagen aus „Didaktik der Mathematik“-Berufsbegleitender Laureatsstudiengang für den Primarbereich an der freien Universität Bozen*.
- Fthenakis, Wassilios E. (2004). Bildungs- und Erziehungspläne für Kinder unter sechs Jahren - Nationale und internationale Perspektiven. In G. Faust, M. Götz, H. Hacker, H.G. Rossbach (Hrsg.), *Anschlussfähige Bildungsprozesse im Elementar- und Primarbereich* (S. 9-26). Kempten: Klinkhart.

- Fthenakis, Wassilios E. - Schmitt, Anette - Daut, Marike - Eitel, Andreas & Wendell, Astrid (2009). *Natur-Wissen schaffen. Band 2. Frühe mathematische Bildung*. Troisdorf: Bildungsv Verlag EINS.
- Gasteiger, Hedwig (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte. Grundlegung und Evaluation eines Förderansatzes*. Münster: Waxmann Verlag.
- Haacke, Dieter (1999). *Die 0- 5 Jährigen. Einführung in die Probleme der frühen Kindheit*. Weinheim, Basel: Beltz.
- Harder, Ingrid (2010). *Unterlagen zur Fortbildung „Frühe mathematische Bildung.“* Brixen: Pädagogisches Beratungszentrum.
- Haug-Schnabel, Gabriele & Bensel, Joachim (2009). *Grundlagen der Entwicklungspsychologie. Die ersten 10 Lebensjahre*. Freiburg im Breisgau: Herder.
- Heinze, Asio - Grüßing, Meike (Hrsg.). (2009). *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium*. Münster: Waxmann.
- Hengartner, Elmar - Hirt, Ueli - Wälti, Beat & Primarschulteam Lupsingen (2006). *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Zug: Klett und Balmer Verlag.
- Hess, Kurt (2012). *Kinder brauchen Strategien. Eine frühe Sicht auf mathematisches Verstehen*. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett.
- Hoenisch, Nancy - Niggemeyer, Elisabeth (2007). *MATHE-KINGS. Junge Kinder fassen Mathematik an*. Weimar: verlag das netz.
- Kienbaum, Jutta - Schuhrke, Bettina (2010). *Entwicklungspsychologie der Kindheit. Von der Geburt bis zum 12. Lebensjahr*. Stuttgart: Kohlhammer.

- Kirchhoff, Sabine - Kuhnt, Sonja - Lipp, Peter - Schlawin, Siegfried (2010): *Der Fragebogen. Datenbasis, Konstruktion und Auswertung* (5. Auflage). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Kramer, Martin - Schmidt- Halewicz, Sabine (2010). *Geht der Winter im Sommer an den Nordpol?* Weinheim und Basel: Beltz.
- Laewen, Hans-Joachim - Andres, Beate (Hrsg.). (2002). *Bildung und Erziehung in der frühen Kindheit*. Weinheim, Berlin, Basel: Beltz.
- Laewen, Hans-Joachim - Andres, Beate (Hrsg.). (2010). *Forscher, Künstler, Konstrukteure. Werkstattbuch zum Bildungsauftrag von Kindertageseinrichtungen*. Berlin: Cornelsen.
- Lee, Kerensa (2010). *Kinder erfinden Mathematik. Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge*. Weimar, Berlin: verlag das netz.
- Leuchter, Miriam (2010). *Didaktik für die ersten Bildungsjahre*. Seelze: Friedrich Verlag.
- Lohaus, Arnold - Vierhaus, Marc - Maass, Asja (2010). *Entwicklungspsychologie des Kindes- und Jugendalters für Bachelor*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag.
- Mayer, Horst Otto (2009). *Interview und schriftliche Befragung. Entwicklung, Durchführung und Auswertung* (5. überarbeitete Auflage). München, Wien: Oldenbourg.
- Mietzel, Gerd (2002). *Wege in die Entwicklungspsychologie. Kindheit und Jugend* (4., vollständig überarbeitete Auflage). Weinheim: Verlagsgruppe Beltz, Psychologie Verlags Union.
- Mischo, Christoph (2009). Gegenstand der kognitiven Entwicklungspsychologie. In K. Fröhlich-Gildhoff, Ch. Mischo, A. Castelle (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie*

*für Fachkräfte in der Frühpädagogik* (S. 84 – 97). Köln, Kronach: Wolters Kluwer.

Müller, Andreas (2008) *Mehr ausbrüten, weniger gackern*. Bern: hep.

Müller, Gerhard N. - Wittmann, Erich Ch. (2004a). *Das kleine Zahlenbuch. Band 1: Spielen und Zählen. Band 2: Schauen und Zählen*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Müller, Gerhard. N. - Wittmann, Erich Ch. (2004b). *Das kleine Zahlenbuch. Band 2: Schauen und Zählen*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Müller, Gerhard. N. - Wittmann, Erich Ch. (2004c). *Das kleine Denkspielbuch. Probieren und Kombinieren*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Müller, Gerhard. N. - Wittmann, Erich Ch. (2004d). *Das kleine Formenbuch. Teil 1: Legen-Bauen-Spiegeln*. Seelze: Klett/Kallmayer.

Mummendey, Hans Dieter - Grau, Ina (2008). *Die Fragebogen-Methode* (5., überarbeitete und erweiterte Auflage). Göttingen: Hogrefe.

Pahnke, Janna - Pauen, Sabina (2009). Entwicklung des mathematischen Denkens. In S. Pauen & V. Herber (Hrsg.), *Vom Kleinsein zum Einstein* (S. 22-40). Berlin: Cornelsen.

Pauen, Sabina - Herber, Viktoria. (Hrsg.). (2009). *Vom Kleinsein zum Einstein*. Berlin: Cornelsen.

Pesch, Ludger (2005). Ein normativer Rahmen für die Bildungsarbeit in Kindertagesstätten des Landes Brandenburg. In L. Pesch, B. Andres, H.J. Laewen (Hrsg.), *Elementare Bildung. Grundsätze und Praxis. Band 1* (1-16). Weimar, Berlin: verlag das netz.

Peter-Koop, - Andrea, Grüßing, Meike (2007). *Mit Kindern Mathematik erleben*. Seelze: Lernbuch Verlag.

- Porst, Rolf (2009). *Fragebogen. Ein Arbeitsbuch* (2. Auflage). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Przyborski, Aglaja - Wohlrab-Sahr, Monika (2008): *Qualitative Sozialforschung. Ein Arbeitsbuch*. München: Oldenbourg.
- Raifer, Roswitha (2011). *Schulfähigkeit*. Unterlagen aus der Fortbildung vom 16. September 2011 im Kindergartensprengel Brixen: PBZ Brixen- Schulberatung.
- Reusser, Kurt (2006). Jean Piagets Theorie der Entwicklung des Erkennens. In W. Schneider, F. Wilkenig (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie. Theorien, Modelle und Methoden der Entwicklungspsychologie* (S. 92 – 190). Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe Verlag für Psychologie.
- Royar, Thomas - Streit, Christine (2010). *MATHElino. Kinder begleiten auf mathematischen Entdeckungsreisen*. Seelze: Klett/Kallmayer.
- Schäfer, Gerd E. (2003). *Bildung beginnt mit der Geburt*. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz Verlag.
- Schäfer, Claudia (2005). *Lernen mit Maria Montessori* (3. Auflage). Freiburg im Breisgau: Herder Verlag.
- Schäfer, Gerd E. (2005). Der Raum als erster Erzieher. *TPS-Theorie und Praxis der Sozialpädagogik*, (1), S. 6-9.
- Schilling, Sabine - Prochinig, Therese (2008). *Spielerisch zur Mathematik. Spiele und Lernanregungen für den Alltag* (2. Auflage). Schaffhausen: Schubi.
- Schnell, Rainer - Hill, Paul B. - Esser, Elke (2005): *Methoden der empirischen Sozialforschung* (7. völlig überarbeitete und erweiterte Auflage). München, Wien: Oldenbourg.

- Schuler, Stephanie (2008). *Was können Mathematikmaterialien im Kindergarten leisten? – Kriterien für eine gezielte Bewertung.* In [www.mathematik.uni-dortmund.de](http://www.mathematik.uni-dortmund.de) (Hrsg.), Zugriffen am 27. 12. 2011 über [http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008\\_SCHULER\\_Stephanie\\_CD.pdf](http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2008/BzMU2008/BzMU2008_SCHULER_Stephanie_CD.pdf)
- Sensor Verlag Pichler (Hrsg.). (2004). *Montessori Praxis.*(2. Auflage) Pullach: Sensor Verlag.
- Siraj-Blatchford, Iram - Sylva, Kathy - Muttock ,Stella - Gilden, Rose - Bell, Danny (2002). *Researching Effective Pedagogy in the Early Years.* London: Departement of education and skills, Research Report RR356. Zugriffen am 15.8.12 über URL:  
<https://www.education.gov.uk/publications/eorderingdownload/rr356.pdf>
- Spiegel, Hartmut - Selter, Christoph (2007). *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten* (4. Auflage). Seelze. Klett/Kallmayer.
- Steinweg, Anna Susanne (2001). *Zur Entwicklung des Zahlenmusterverständnisses bei Kindern.* Münster [u.a.]: LIT.
- Streit, Christine & Royar, Thomas (2010). Zwischen Freispiel und gezieltem Angebot. Didaktische Überlegungen zur Mathematik im Kindergarten. *TPS –Theorie und Praxis der Sozialpädagogik: Mathematik erleben*, (10), S. 8-11.
- Taggart, Brenda (2012). *Summary of Key Findings KS3.* (Zugriffen am 15.8.12 über URL: <http://eppse.ioe.ac.uk/eppse3-14/eppse3-14pdfs/KS3%20summary%20of%20key%20findings%20april2012.pdf>
- Textor, Martin R. (Hrsg.) (2002). Forschungsergebnisse zur Effektivität frühkindlicher Bildung: EPPE, REPEY und SPEEL. In *Kindergartenpädagogik- Online-Handbuch* - Zugriffen am 24.11.2011 über <http://www.kindergartenpaedagogik.de/1615.html>

- Thiel, Oliver (2010). *Mathematische Bildung in Berliner Kindergärten*. In [www.mathematik.uni-dortmund.de](http://www.mathematik.uni-dortmund.de) (Hrsg.), Zugegriffen am 22.02.2012 über [http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2010/BzMU10\\_THIEL\\_Oliver\\_Kindergarten.pdf](http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2010/BzMU10_THIEL_Oliver_Kindergarten.pdf)
- Thiel, Thomas (2011) Film und Videotechnik in der Psychologie. Eine Entwicklungsgeschichte aus erkenntnistheoretisch-methodischer Perspektive. In H. Keller, Heidi (Hrsg.), *Handbuch der Kindheitsforschung* (4., vollständig neu überarbeitete und erweiterte Auflage). Bern, Göttingen: Hans Huber Verlag.
- Van Oers, Bert (2004). Mathematisches Denken bei Vorschulkindern. In W. E. Fthenakis, P. Oberhuemer (Hrsg.), *Frühpädagogik international*. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.
- Verlag an der Ruhr (Hrsg.). (2005). *Mathebärchen: Auf dem Weg zum Zahlenraum bis 20. Von der Anschauung zum Abstrakten*. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.
- Von der Beek, Angelika - Buck, Matthias - Rufenach, Annelie (2006). *Kinderräume bilden* (2., erweiterte Auflage). Berlin, Düsseldorf, Mannheim: Cornelsen.
- Von der Beek, Angelika (2010). *Bildungsräume für Kinder von Drei bis Sechs*. Weimar und Berlin: verlag das netz.
- Weinhäupl, Wilhelm (2011). Vorlesungsunterlagen aus „Didaktik der Mathematik“-Berufsbegleitender Laureatsstudiengang für den Primarbereich an der freien Universität Bozen.
- Wilson, Brent G. (1995). Metaphors for Instruction: Why we talk about Learning Environments. In [www.2bw.at](http://www.2bw.at) (Hrsg.), *Lernumgebungen: Einführung*. Zugegriffen am 26. November 2011 über <http://www.2bw.at/toolbox/lueinfuehr.pdf>

Wittmann, Erich Ch. (2011). *Unterlagen zur Fortbildung „Frühförderung Mathe 2000“* im Kindergartensprengel Neumarkt.

Wittmann, Erich Ch. - Müller, Gerhard N. (2010a). *Das Zahlenbuch. Begleitband zur Frühförderung*. Zug: Klett und Balmer Verlag.

Wittmann, Erich Ch. - Müller, Gerhard N. (2010b). *Das Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 1*. Zug: Klett und Balmer Verlag.

Wittmann, Erich Ch. - Müller, Gerhard N. (2010c). *Das Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 2*. Zug: Klett und Balmer Verlag.



## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Anzahl der Lernumgebungen für Mathematik .....	127
Tabelle 2: Namen des Bereichs .....	128
Tabelle 3: Planung der mathematischen Lernumgebung .....	129
Tabelle 4: Zeitpunkt der Planung der mathematischen Lernumgebung.....	130
Tabelle 5: Klassifizieren und Sortieren nach Merkmalen .....	131
Tabelle 6: Übungen des täglichen Lebens .....	132
Tabelle 7: Naturmaterialien zum Sortieren nach Größen, Farben, Formen .....	132
Tabelle 8: Konstruktionsmaterialien, Teil 1.....	133
Tabelle 9: Konstruktionsmaterialien, Teil 2.....	134
Tabelle 10: Materialien für Muster und Reihenfolgen, Teil 1 .....	135
Tabelle 11: Muster und Reihenfolgen, Teil 2 .....	135
Tabelle 12: Montessorimaterialien zu den Dimensionen und zur Geometrie .....	136
Tabelle 13: Materialien zum Erkennen zeitlicher Ordnung .....	137
Tabelle 14: Verschiedene Uhren.....	138
Tabelle 15: Raum und Form, Teil 1 .....	139
Tabelle 16: Raum und Form, Teil 2.....	140
Tabelle 17: Anzahl der Waagen.....	141
Tabelle 18: Materialien zu Mengen, Zahlen und Ziffern, Teil 1.....	142
Tabelle 19: Montessorimaterialien zur Arithmetik im Detail .....	143
Tabelle 20: Würfelspiele im Detail .....	143
Tabelle 21: Kartenspiele .....	144
Tabelle 22: Materialien zu Mengen, Zahlen und Ziffern, Teil 2.....	144
Tabelle 23: Materialien zu Mengen, Zahlen und Ziffern, Teil 3.....	145
Tabelle 24: Nutzungsmöglichkeiten der mathematischen Lernumgebung .....	146
Tabelle 25: Unterlagen zu Konzepten mathematischer Bildung generell.....	147
Tabelle 26: Art der Konzeptunterlagen.....	148
Tabelle 27: Orientierung an didaktischen Konzepten .....	149
Tabelle 28: Wunsch nach Informationen zur die Studie .....	152
Tabelle 29: Bereitschaft zu Fragen und Austausch.....	152
Tabelle 30: Grundausbildung der pädagogischen Fachkräfte .....	212
Tabelle 31: Selbsteinschätzung der Fachkenntnisse .....	213

Tabelle 32: Fortbildung zu mathematischer Bildung .....	213
Tabelle 33: Quelle der Fachkenntnisse .....	214
Tabelle 34: Wünsche und Erwartungen im Bildungsfeld Mathematik .....	218

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Die Philosophie der Rahmenrichtlinien (vgl. Deutsches Schulamt 2008, S.14-19) .....	24
Abb. 2: Grundideen der Arithmetik und Geometrie (vgl. Wittmann 2011, Unterlagen zur Fortbildung „Mathe 2000“) .....	57
Abb. 3: Richtig zählen: Verbindung von mehreren Kompetenzen (vgl. Harder 2010, S. 16) .....	81
Abb. 4: Vorläuferfertigkeiten und Testaufgaben (Raifer 2011) .....	90
Abb. 5: Der leise Raum .....	163
Abb. 6: Montessorimaterialien zu den Dimensionen und Puzzles .....	164
Abb. 7: Übungen des tgl. Lebens .....	164
Abb. 8: Baubereich mit Bildern von realen Bauten in der Welt und im Kindergarten ...	164
Abb. 9: Messgeräte .....	164
Abb. 10: „Lernort Mathespaß“ .....	165
Abb. 11: Offene Regale .....	165
Abb. 12: Menge und Symbol .....	166
Abb. 13: Zuordnen nach Farben .....	166
Abb. 14: Bücher zum Zählen .....	166
Abb. 15: Klare Anleitungen .....	166
Abb. 16: Erfahrungen mit Mengen, Zahlen, Ziffern .....	167
Abb. 17: Erfahrungen mit Zeit .....	167
Abb. 18: Messen und Wiegen .....	167
Abb. 19: Kategorien bilden .....	167
Abb. 20: Zuordnen und Strukturieren .....	167
Abb. 21: Messen, zählen, bezahlen, zuordnen .....	168
Abb. 22: Erfahrungen mit der Zeit .....	168
Abb. 23: Farben in der Umwelt .....	169
Abb. 24: Farbstiftkategorien .....	169
Abb. 25: Viele Kreise - selbst gemalt .....	169
Abb. 26: Ordnungssysteme .....	169
Abb. 27: Verbindung Menge- Zählen- Zahl .....	169
Abb. 28: Fußritze zum Zählen .....	169

Abb. 29: Puzzle- Karten-Brettspiel .....	170
Abb. 30 und 31: Zahlenland im Gruppenraum .....	170
Abb. 32: Große Würfel .....	171
Abb. 33: Waage.....	171
Abb. 34: Geobretter selbstgemacht .....	171
Abb. 35: Würfelspiele aus dem „Mathe 2000- Zahlenbuch“ .....	171
Abb. 36: Große Menge Eislöffelchen .....	201
Abb. 37: Numerische Stangen.....	201
Abb. 38: Box mit Dreiecken .....	202
Abb. 39: Formen mit Dreiecken.....	202
Abb. 40: Würfel und Bälle .....	203
Abb. 41: Schmetterlingspuzzle .....	204
Abb. 42: Bunte Knöpfe .....	205
Abb. 43: Korb mit unterschiedlichen Stöckchen .....	205
Abb. 44 und 45: Zahlenmatten und Nuggets .....	206
Abb. 46 und 47: Balkenwaage und Gewichtsbären .....	207
Abb. 48: Sortierschale (Krimskrams) .....	208
Abb. 49: Farbsortierspiel.....	208
Abb. 50: Matruskas .....	208
Abb. 51: Löffelübung zum Verteilen auf fünf gleiche Gefäße .....	209
Abb. 52: Rot gegen Blau („Mathe 2000“) .....	210
Abb. 53: Schaubild mit Symbolen .....	216
Abb. 54: Thematisch geordnete Erwartungen an die Arbeit in den Werkkreisen.....	217

Alle Fotodokumente von Abb. 5 bis 54 stammen aus dem persönlichen Archiv der Autorin Fischnaller Sabina, die detaillierten Quellenangaben der Abbildungen 1-4 sind im Literaturverzeichnis zu finden.

## Anhang

Fragebogen zu mathematischen Lernumgebungen.....	270
Vorlage Leitfadeninterview .....	284
Vorlage zur Kurzbefragung im Werkkreis .....	286



## FRAGEBOGEN

### zu mathematischen Lernumgebungen in Kindergärten des Kindergartensprengels Brixen



#### **Liebe Leiterinnen des Kindergartensprengels Brixen,**

es ist soweit! Ich, Sabina Fischnaller, Studentin an der Fakultät für Bildungswissenschaften für den Primarbereich, zurzeit Kindergärtnerin und Leiterin im Montessorikindergarten Kinderdorf, bin beim Verfassen meiner Diplomarbeit angelangt.

In meiner Abschlussarbeit befasse ich mich mit einem meiner Steckenpferde, den mathematischen Lernumgebungen und Lerngelegenheiten im Kindergarten.

Gerne möchte ich das Notwendige mit dem Nützlichen verbinden. Daher soll meine Studie zunächst - anhand der Ergebnisse einer schriftlichen Befragung - den Stand mathematischer Bildungsgelegenheiten im Kindergartensprengel Brixen erfassen und mir anschließend die Möglichkeit eröffnen, im Austausch mit bereitwilligen Fachkräften, verschiedene Konzepte mathematischer Bildung in der Praxis kennen zu lernen. Jetzt am Beginn eines neuen Kindergartenjahres kommt auf die Leiterinnen wieder viel Verantwortung und Organisation in Bezug auf die gute Führung der Anfangswochen zu. Das ist mir bewusst und trotzdem erlaube ich mir, Sie um Ihre Mitarbeit zu bitten. Ich finde den Zeitpunkt meiner Befragung am Anfang des Kindergartenjahres ideal. Vielleicht kann so ein kleiner

Impuls jetzt in der Vorbereitungszeit im Team Austausch, Handlungsanregungen oder sogar ansteckende Visionen auslösen.

Ziel dieser Befragung und des geplanten Austausches ist es, Erfahrung, Wissen und Können von pädagogischen Fachkräften unseres Sprengels im Bereich Mathematik bewusst zu machen, zu erfassen, zu vernetzen und falls gewünscht, entsprechend aufbereitet, allen Fachkräften als Möglichkeit der Weiterbildung zur Verfügung zu stellen.

Mein Vorschlag zur Handhabung des Fragebogens an Sie als Leitung ist folgender:

**Sie stellen dem Team der Pädagogischen Fachkräfte den Fragebogen vor und bieten Möglichkeiten zur Stellungnahme. Das Ausfüllen des Fragebogens an sich können Sie dann selbst oder eine von Ihnen beauftragte Fachkraft aus dem Team vornehmen.**

**Den Fragebogen und gegebenenfalls das beiliegende, kleine Kuvert mit Kontaktadresse, bringen Sie bitte bei der Leiterinnenfortbildung mit Frau Dr. Raifer am 13. September 2011 mit.**

**Für Fragebogen und kleines Kuvert mit Kontaktadresse stehen dort jeweils getrennte Boxen bereit.**

Die Befragung ist freiwillig und ist anonym, sodass die Möglichkeit gewährleistet ist, offen und ehrlich zu antworten. Auch vor Gefühlen der Unzulänglichkeit, die manchmal trotz Anonymität auftauchen, braucht sich niemand zu fürchten. Ich bin selbst lange genug in der Praxis tätig, um zu wissen, dass eine Einrichtung nicht alle Bereiche in gleicher Güte entwickelt haben kann, dass viel von Rahmenbedingungen abhängt, dass man ein Ziel auf sehr unterschiedliche Weise erreichen kann, dass Entwicklung Zeit und geeignete Impulse braucht, usw.

Gerade deshalb ist es mir ein großes Anliegen, meine Abschlussarbeit so zu gestalten, dass sie für alle im Sprengel fruchtbar sein kann und dazu beiträgt, Weiterentwicklung zu erleichtern.





**b) Gibt es in Ihrem Kindergarten spezielle Lernumgebungen für Mathematik, wie z. B. Matheatelier, Matheecke, Matheschrank, Insel Durcheinander usw.?**

- ja                       nein

**c) Wenn ja, wie nennen die Fachkräfte und/oder die Kinder diesen Ort?**

---

---

**d) Wenn es keinen ausdrücklich ausgewiesenen Bereich für mathematische Bildung in Ihrem Kindergarten gibt:**

**Planen Sie die Einrichtung eines solchen Bereiches?**

- ja                       nein

**Wenn ja, wann planen Sie die Einrichtung?**

- im Herbst 2011     Winter 2011/12     Frühjahr 2012     2012/13

**Wenn nein, was spricht aus Ihrer Sicht dagegen?**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**e) Wenn in Ihrem Kindergarten eine spezielle Lernumgebung für Mathematik bereitsteht, welche Materialien sind darin enthalten?**

Laut Rahmenrichtlinien für den Kindergarten in Südtirol zielt mathematische Bildung auf die Entwicklung von fünf Basisfähigkeiten. Passend dazu habe ich versucht, geeignete Materialien aufzulisten.

**1. Bereich: Klassifizieren und Sortieren nach Merkmalen**

---

*Krimskramskorb zum selbständigen Finden von Ordnungen*

ja  nein

---

*Übungen des täglichen Lebens nach Maria Montessori zum Sortieren*

keine  1-5 Übungen  mehr als 5 Übungen

---

*Naturmaterialien oder andere Materialien zum Sortieren nach Größen, Farben, Formen*

keine  1-5 Übungen  mehr als 5 Übungen

---

*Konstruktionsmaterialien*

ja  nein

Wenn ja, welche?

---

---

*Puzzles*

ja  nein

---

*Logische Blöcke*

ja  nein

---

*Andere*

ja  nein

Wenn ja, welche?

---

---

---

---

## **2. Bereich: Entdecken, Beschreiben und Herstellen von Mustern und Reihenfolgen**

---

*Bauklötze*

ja  nein

---

*Kapla*

ja  nein

---

*Perlen*

ja  nein

---

*Geometrische Legematerialien*

ja  nein

---

*Montessorimaterialien zu den Dimensionen oder/und zur Geometrie*

keine  1-5 Stück  6-10 Stück  mehr als 10 Stück

---

*Schachtelset*

ja  nein

---

*Steckbretter*

ja  nein

---

*Prismo*

ja  nein

---

*Tangram*

ja  nein

---

*Spiele mit Spiegeln*

ja  nein

---

*Materialien zum Falten*

ja  nein

---

*Andere*

ja  nein

Wenn ja, welche?

---

---

**Bereich: Erkennen zeitlicher Ordnung und Verstehen und Verwenden von Zeitangaben**

---

*Kalender zum täglichen Wechseln*

ja  nein

*Jahreskreis zum Zuordnen der Monate und Jahreszeiten*

ja  nein

*Visualisierungen des Tagesablaufs bzw. Wochenablaufs*

ja  nein

---

*Sanduhren mit verschiedenen Laufzeiten*

keine  1-3 Stück  4 -10 Stück  mehr als 10 Stück

---

*Verschiedene Uhren*

ja  nein

Wenn ja, wie viele

ca.: \_\_\_\_\_

---

*Andere*

ja  nein

Wenn ja, welche?

---

---

### **3. Bereich: Erleben, Beschreiben und Vermessen von Raum und Form**

---

*Geometrische Körper*

ja  nein

---

*Bilder von besonderen Bauwerken*

ja  nein

---

*Papier und Stifte zum Anfertigen von Skizzen*

ja  nein

*Lineal*

ja  nein

---

*Zollstock*

ja  nein

---

*Maßband*

ja  nein

---

*Waage*

ja  nein

Wenn ja, wie viele?  1 Waage  
 2-5 Stück  
 mehr als 5 Stück

---

*Messbecher*

ja  nein

---

*Andere*

ja  nein

Wenn ja, welche?

---

---

**4. Bereich: Umgang mit Mengen, Zahlen und Ziffern**

---

*Übungen des täglichen Lebens nach Maria Montessori zum Verteilen und Umfüllen*

ja  nein

*Montessorimaterialien zur Arithmetik*

- keine     1-5 Materialien     mehr als 5 Materialien     komplette Grundausrüstung
- 

*Würfelspiele*

- keine     1-5 Materialien     mehr als 5 Materialien
- 

*Kartenspiele*

- keine     1-5 Materialien     mehr als 5 Materialien
- 

*miniLÜCK*

- ja     nein
- 

*Ziffern aus Holz, Plastik oder anderem Material*

- ja     nein
- 

*Zahlentreppe*

- ja     nein
- 

*Zahlenweg*

- ja     nein
- 

*Zahlenhüpfspiel (Tempelhüpfen)*

- ja     nein
- 

*Kinderbücher zum Zählen*

- ja     nein
- 

*PC und entsprechende Software*

- ja     nein
-

Andere

- ja                       nein

Wenn ja, welche?

---

---

---

**f) Wann haben die Kinder Gelegenheit Materialien aus der mathematischen Lernumgebung zu nutzen?**

- in der Freispielzeit
- in der Freispielzeit und in von der Fachkraft speziell organisierten Zeiten
- nur in organisierten Angeboten für Kleingruppen
- Andere

Möglichkeiten: \_\_\_\_\_

---

---



g) Haben Sie in Ihrer Einrichtung Konzepte mathematischer Bildung, die in der Fachliteratur beschrieben sind, zur Verfügung? (Mehrfachnennungen möglich):

Konzepte mathematischer Bildung	ja	nein
1. Anleitungen zur Verwendung von Übungen des täglichen Lebens, Sinnes- und Arithmetikmaterialien von <b>Maria Montessori</b>		
2. <b>Mathekings</b> von Nancy Hoenisch und Elisabeth Niggemeyer		
3. <b>Mathe 2000</b> von Gerold N. Müller und Erich CH. Wittmann		
4. <b>MATHElino</b> von Christine Streit und Thomas Royar		
5. <b>Gestaltendes Tätigsein mit gleichem Material in großer Menge</b> von Kerensa Lee		
6. <b>Komm mit ins Zahlenland</b> von Gerhard Friedrich und Viola De Galóczy		
7. <b>Zahlenland 1+2</b> von Gerhard Preiß		
8. <b>Entenland 1+2</b> von Gerhard Preiß		
9. <b>Mathe in Bewegung</b> (Bildungsprojekt aus Thüringen)		
10. <b>Andere:</b>		
11. <b>Andere:</b>		

h) Orientieren Sie oder andere Fachkräfte in Ihrem Kindergarten sich an genannten Konzepten?

ja  nein

Wenn ja, an welchen? (Verwenden Sie bitte die Nummerierung aus der Tabelle)

---



---



---

**Wie werden die Konzepte konkret eingebaut?** (Verwenden Sie bitte die Nummerierung aus der Tabelle)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Wenn nein, was spricht gegen ihren Einsatz?** (Verwenden Sie bitte die Nummerierung aus der Tabelle)

---

---

---

**i) Möchten Sie gerne über das Ergebnis der Studie informiert werden?**

- ja  nein

**j) Ich oder eine interessierte Fachkraft stehen für weitere Fragen und einen Austausch auch persönlich zur Verfügung.**

- ja  nein

Wenn Sie eine der beiden letzten Fragen mit Ja beantwortet haben, geben Sie bitte im beiliegenden, kleinen Briefkuvert an, wie ich Sie erreiche, damit ein beide Seiten befruchtender Austausch stattfinden kann.

**Den Fragebogen und gegebenenfalls das kleine Kuvert bringen Sie bitte bei der Leiterinnenfortbildung mit Dr. Roswitha Raifer am 13. September 2011 im Kindergarten Rosslauf wieder mit. Für Fragebogen und Kuvert steht dort jeweils eine Box zum Einwerfen bereit.**

Bitte schreiben Sie auf den Fragebogen nirgends Ihren Namen. Diese Umfrage ist anonym und erreicht bei reger Beteiligung hoffentlich auch so ihr Ziel.

Ich versichere Ihnen, dass es mir nicht um eine Bewertung Ihrer pädagogischen Arbeit geht, sondern um eine achtsame Standortbestimmung der Entwicklung in der wir alle uns befinden. Hauptziel meiner Arbeit ist es, verschiedene praktikierbare Wege und Möglichkeiten mathematischer Bildung zu finden, genauer kennen zu lernen, über Anregungen zu berichten, um die Erkenntnisse dann wiederum den Verantwortlichen und den Fachkräften des Sprengels zur Verfügung zu stellen. An keiner Stelle wird dann Ihr Name oder der Name Ihrer Einrichtung genannt werden.

Mit der Hoffnung auf eine rege Mitarbeit bedanke ich mich bereits im Voraus für  
Ihre Offenheit und Bereitschaft  
und freue mich auf Ihre Antworten.

Herzlichst Fischnaller Sabina

Für eventuelle Fragen: E-mail: Sabina.Fischnaller@unibz.it  
tel.: 320 – 5310741

Brixen, am 24. August 2011

IOOO

**Literaturangabe:**

Bostelmann, Antje (Hrsg.). (2009). *Jederzeit ist Mathezeit*. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.

Deutsches Schulamt (Hrsg.). (2008). *Rahmenrichtlinien des Landes für die deutschsprachigen Kindergärten*. Bozen.

IOOO

## **Leitfadeninterview zur mathematischen Lernumgebung im Kindergarten**

Interviewpartnerin:

---

- a) Seit wann gibt es bei euch diesen Bereich?
- b) Wer hatte die Idee bzw. ergriff die Initiative dazu?  
.
- c) Warum habt ihr diesen Bereich eingerichtet?
- d) Wie seid ihr bei der Errichtung vorgegangen? (Welche Überlegungen waren da, welches Vorwissen war hilfreich? Woher stammt dieses Vorwissen?)
- e) Wann ist es für päd. Fachkräfte, für Kinder möglich diesen Bereich zu nutzen?
- f) Wie viele Kinder gleichzeitig können ihn nutzen?
- g) Welche Materialien stellt ihr zur Verfügung?
- h) Gibt es bestimmte Kriterien bei der Auswahl der Materialien?
- i) Gibt es bestimmte Überlegungen bei der Anordnung?

- j) Was gefällt päd. Fachkräften deiner Meinung nach in diesem Bereich?
  
- k) Was gefällt Kindern deiner Meinung nach in diesem Bereich?
  
- l) Konntest du bei Kindern Bevorzugungen für bestimmte Materialien beobachten?
  
- m) Ich wäre sehr interessiert an Deinen Erfahrungen bei der Begleitung der Kinder in diesem Bereich. Wie gehen Kinder mit dem Material um? Was lernen sie deiner Meinung nach dabei?
  
- n) Was kommt dir in diesem Bereich besonders wichtig vor? (Was würdest du Kolleginnen raten, wenn sie einen Bereich für mathematische Bildung einrichten wollen?)
  
- o) Welche Schwierigkeiten gibt es?
  
- p) Was würdest du dir für die Zukunft für diesen Bereich wünschen?
  
- .
- q) Und was ich noch erzählen, mitteilen möchte:...

Herzlichen Dank für den Einblick in eure Lernumgebung und deinen wertvollen Gesprächsbeitrag in meinem Forschungsvorhaben!

Brixen, am 23. April 2012

**Kleine Umfrage für Werkkreisteilnehmerinnen,  
damit eine fruchtbringende Planung der Inhalte im Werkkreis erfolgen kann.**

Name \_\_\_\_\_

Arbeite das \_\_\_\_\_ Jahr im Kindergarten.

Schulabschluss \_\_\_\_\_

1) Wie schätzt du deine momentanen Fachkenntnisse für eine Lernbegleitung von Kindergartenkindern in einer mathematischen Lernumgebung momentan ein?



schlecht



mäßig



gut



sehr gut

2) Hast du bereits Fortbildungen zu mathematischer Bildung besucht?



3) Woher stammt dein Wissen über mathematische Bildungsprozesse, Bildungsangebote,...?

Lehrgang (Titel und

Referent/in): \_\_\_\_\_

Fortbildung: (Titel und Referent/in)

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Studium (Name der

Fakultät/Fach/Professor/in) \_\_\_\_\_

Literaturstudium

(Beispiele) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Andere Quellen: \_\_\_\_\_

Danke für die Mitarbeit

## **Erklärung**

Die/Der unterfertigte Sabina Fischnaller, erklärt unter persönlicher Verantwortung gemäß Artikel 47 des D.P.R. Nr. 445/2000, die gegenständliche Arbeit eigenständig verfasst zu haben. Die aus anderen Quellen übernommenen Inhalte und Formulierungen sind entsprechend als Zitat ausgewiesen.

Eine gleiche oder ähnliche Arbeit wurde bisher weder vom/von der Unterfertigten noch einer/m anderen im Rahmen einer Prüfung vorgelegt noch veröffentlicht.

Die/Der Unterfertigte ist sich der straf-, zivil- und disziplinarrechtlichen Folgen einer Falscherklärung bewusst.

---

Datum

---

Unterschrift der/des Studierenden